

Wirkungsverzögerungen in der Ökonomie

Eine Analyse mit besonderer Berücksichtigung
variabel verteilter Lag-Strukturen

DISSERTATION

vorgelegt dem Fachbereich
Rechts- und Wirtschaftswissenschaften
der Johannes Gutenberg-Universität Mainz
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Staatswissenschaften
(Dr. rer. pol.)

von
Diplom—Volkswirt
Gerhard Stock

1978

Wirkungsverzögerungen in der Ökonomie

**Eine Analyse mit besonderer Berücksichtigung
variabel verteilter Lag-Strukturen**

DISSERTATION

**vorgelegt dem Fachbereich
Rechts- und Wirtschaftswissenschaften
der Johannes Gutenberg-Universität Mainz
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Staatswissenschaften
(Dr. rer. pol.)**

von

Diplom—Volkswirt

Gerhard Stock

Wirkungsverzögerungen in der Ökonomie

Eine Analyse mit besonderer Berücksichtigung
variabler verteilter Lag-Strukturen

DISSERTATION

vorgelegt dem Fachbereich
Rechts- und Wirtschaftswissenschaften
der Johannes Gutenberg-Universität Mainz
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Rechtswissenschaften



Erstberichterstatter: Prof. Dr. Heinz Stöwe
Zweitberichterstatter: Prof. Dr. Klaus Rose
Tag der mündlichen Prüfung: 24. November 1978

INHALTSVERZEICHNIS

O. Einleitung	1
1. Ein Überblick über Lag-Modelle in der Ökonomie	4
1.1. Diskussion der Grundannahmen	4
1.2. Lag-Strukturen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen	17
1.3. Spezifizierung von Lag-Strukturen	27
1.3.1. ... aufgrund statistisch-methodischer Überlegungen	27
1.3.2. ... aufgrund ökonomisch-theoretischer Überlegungen	40
1.3.2.1. Das Erwartungsanpassungsmodell (A-E-Modell)	40
1.3.2.2. Das Modell der partiellen Anpassung (P-A-Modell)	46
1.3.2.3. Gemeinsamkeiten und Unterschiede von A-E-Modell und P-A-Modell	49
1.3.2.4. Faltung von Koyck-Verteilungen	57
1.3.3. Systematische Zusammenstellung der behandelten Lag-Modelle	65
2. Zum Einfluß verteilter Lag-Strukturen in linearen Modellen	69
2.1. Die dynamischen Eigenschaften eines linearen ökonometrischen Modells	69
2.2. Unterschiedliche Lag-Strukturen in einem einfachen makroökonomischen Modell	79
2.2.1. Darstellung des Modells	79
2.2.2. Modell mit geometrischer Lag-Struktur	83
2.2.3. Faltung von zwei identischen geometrischen Verteilungen	93

2.2.4. Faltung von zwei beliebigen geometrischen Lag-Verteilungen	97
2.2.5. Faltung von r identischen geometrischen Lag-Verteilungen	100
2.2.6. Ausblick auf weitere Untersuchungsmöglichkeiten	109
3. Zum Einfluß variabel verteilter Lag-Strukturen auf das dynamische Verhalten ökonomischer Modelle	112
3.1. Theoretische Überlegungen zum Konzept einer variabel verteilten Lag-Struktur	112
3.2. Ansätze zur empirischen Überprüfung	117
3.2.1. Methode der gleitenden Zeitabschnitte bei variabel verteilten geometrischen Lag-Strukturen	117
3.2.2. Die variabel verteilte Almon-Lag-Struktur	123
3.2.2.1. Beschreibung des Ansatzes	123
3.2.2.2. Empirische Ergebnisse	131
3.3. Untersuchungen zum Einfluß variabel verteilter Lag-Strukturen auf das dynamische Verhalten ökonomischer Systeme anhand eines einfachen makro-ökonomischen Modells	144
3.3.1. Zur Notwendigkeit von Simulationsstudien bei der Existenz variabel verteilter Lag-Strukturen	144
3.3.2. Simulationsergebnisse	145
3.3.2.1. Aufbau des Simulationsprogramms	145
3.3.2.2. Zum dynamischen Verhalten eines variablen flexiblen Akzelerator-Modells	148
4. Zusammenfassung	161
Anhang : Verwendetes Datenmaterial	164
Literaturverzeichnis	170

o. Einleitung

"THERE ARE A BEWILDERING VARIETY OF LAGS..." ¹⁾

Bei der Beschreibung dynamischer Prozesse wird in der neueren ökonomischen und ökonometrischen Literatur immer mehr auf Lag-Verteilungsmodelle zurückgegriffen, seitdem man erkannt hat, daß die Eigenschaften dynamischer Modelle wesentlich von der unterstellten Time-Lag-Struktur abhängen. Dabei werden etwa in makro-ökonomischen Modellen zur Analyse des Phänomens der Konjunktur- oder Wachstumszyklen die Länge und die Ausprägung solcher Zyklen häufig als Folge der Struktur unterschiedlicher Lags zwischen den einzelnen ökonomischen Größen angesehen.

Der Lag (wörtliche Übersetzung: Verzögerung) kennzeichnet ganz allgemein die unterschiedliche Zeitbezogenheit ökonomischer Variablen. Dabei kann dieser Begriff in verschiedener Weise gebraucht werden, zum einen, um bei etwa gleicher Verlaufsform zweier Zeitreihen eine Phasenverschiebung zu charakterisieren ²⁾, zum anderen, um in einer Ursache-Wirkung-Beziehung die zeitliche Verzögerung der Wirkung darzustellen. Wir wollen im weiteren Verlauf die letztere Interpretation benutzen und mit dem "Lag" den Begriff "Wirkungsverzögerung" verbinden.

Das Konzept einer verteilten Wirkungsverzögerung ("distributed lag") kann immer dann sinnvoll angewandt

1) GOODWIN (1955), S.219.

2) In diesem Sinne interpretieren SCHIPS (1973) und ABELS (1974) den Lag bei ihren Untersuchungen, auf die wir im Abschnitt 3.1. noch genauer eingehen werden.

werden, wenn man davon ausgehen kann, daß die mittels eines Modells zu untersuchenden Verhaltensreaktionen der Wirtschaftssubjekte auf irgendwelche Datenänderungen nicht sofort und auch nicht gleichzeitig erfolgen, sondern vielmehr über die Zeit verteilt sind.

Zusammen mit der Entwicklung immer größerer und "realistischerer" ökonomischer Modelle in den Sechziger Jahren, bedingt durch die Fortentwicklung und Verfeinerung ökonomischer Schätztechniken, durch die immer besser werdende Versorgung mit statistischem Datenmaterial und durch die verstärkte Verwendung der elektronischen Datenverarbeitung in der Ökonomie, hat sich auch die Diskussion über die Formen der Lag-Verteilungen intensiviert.

Im ersten Abschnitt soll daher ein Überblick über das theoretische Instrumentarium und über die in der Literatur gebräuchlichsten Lag-Verteilungen gegeben werden.

Da in vielen Arbeiten ökonomische Strukturen mit bestimmten alternativen Lag-Spezifikationen ermittelt und mithilfe statistischer Prüfmaße die Entscheidung für eine bestimmte Lag-Struktur gefällt wird, aber ohne Überlegungen hinsichtlich des mit dieser Lag-Struktur verbundenen dynamischen Verhaltens des Modells anzustellen¹⁾, wollen wir im zweiten Abschnitt der Frage nachgehen, in welcher Weise alternative Lag-Strukturen auf das dynamische Verhalten (Stabilitätseigenschaften, zyklisches Verhalten etc.) einwirken.

1) Vgl. hierzu auch KÖNIG (1971), S.566.

Im dritten Abschnitt soll eine wesentliche Annahme des Lag-Verteilungsmodells, die Konstanzannahme der Lag-Struktur, dahingehend modifiziert werden, daß auch asymmetrische Reaktionen in verschiedenen konjunkturellen Phasen zugelassen werden: Es soll der Versuch unternommen werden herauszufinden, ob es von der ökonomischen Theorie und von der Empirie her Anhaltspunkte für eine "variabel" verteilte Lag-Struktur gibt. Mit einer Untersuchung des dynamischen Verhaltens bei Vorliegen einer variablen Lag-Struktur schließt die Arbeit.

Auf die Schätzproblematik verteilter Lag-Modelle wollen wir nicht gesondert eingehen, sondern nur insoweit, als es für die Diskussion alternativer Lag-Modelle notwendig ist. Wir wollen zu dem Komplex der Schätzung hier nur auf die fast unübersehbare Fülle von Veröffentlichungen in der einschlägigen Literatur hinweisen.¹⁾

-
- 1) Dabei spielt vor allem die Schätzproblematik bei den verschiedenen Ausprägungen des geometrischen Lag-Modells eine hervorragende Rolle. Einen umfassenden Überblick gibt DHRYMES (1971). Der Versuch, aus dem Regressionsansatz Schätzmethoden zu entwickeln, die wenigstens asymptotisch gewisse statistische Eigenschaften (z.B. Konsistenz, Effizienz) aufweisen, führte zu verschiedenen Ansätzen, etwa bei LIVIATAN (1963), KLEIN (1958a) oder DHRYMES, KLEIN, STEIGLITZ (1970). Vergleiche der genannten und anderer Schätzmethoden findet man bei AMEMIYA, FULLER (1967) oder bei GAAB (1971). In einer weiteren, aber keineswegs als erschöpfend zu betrachtenden Aufzählung seien hier genannt: Verfahren mittels Bayesianischer Statistik: LEAMER (1972), SHILLER (1973), Autoren, die bei der Schätzung auf Techniken der Spektralanalyse zurückgreifen, wie z.B. HANNAN (1965) oder WOLTERS (1973).

1. Ein Überblick über Lag-Modelle in der Ökonomie

1.1. Diskussion der Grundannahmen

Bei der Erklärung ökonomischer Zusammenhänge gibt es eine Vielzahl von Gründen, die es sinnvoll erscheinen lassen, von der Hypothese Abstand zu nehmen, daß Änderungen in den erklärenden Variablen sofort auch in Änderungen der zu erklärenden Variablen Eingang finden. Vielmehr wird man zweckmäßigerweise davon ausgehen, daß die Verhaltensreaktionen eine gewisse Zeit beanspruchen. Die Gründe für das Zustandekommen solcher Verzögerungen kann man in zwei Gruppen aufteilen: ¹⁾

- objektive Gründe,
- subjektive Gründe.

Zu den objektiven Gründen:

Lags können aufgrund natürlicher, technischer oder institutioneller Gegebenheiten vorkommen: Natürliche Gründe spielen beispielsweise in der Landwirtschaft eine Rolle ("Schweinezyklus"), technische Gegebenheiten sind zum Beispiel dafür verantwortlich, daß zwischen den Ausgaben für Investitionsgüter in einem Produktionsbetrieb (z.B. Anschaffung einer neuen Maschine) und der Produktion (von Gütern auf dieser Anlage) Zeit vergeht. Institutionell bedingt ist etwa der Lag zwischen der Auszahlung kontraktbestimmter Einkommen und der Verausgabung dieser Beträge oder auch die zeitliche Differenz zwischen

1) Vgl. KOYCK (1954), S.6 ff.

Einkommenserzielung und der Veranlagung zur Einkommensteuer.

Zu den subjektiven Gründen:

Hierzu zählt man Gründe, die in der Person des einzelnen Wirtschaftssubjekts zu suchen sind. Als Beispiele seien hier genannt: die unvollkommene Marktübersicht (Preissenkungen eines Gutes werden nicht sofort jedem potentiellen Käufer bekannt) oder die psychologisch bedingte "Trägheit", etwa im Konsumentenverhalten: Wird zum Beispiel die Tabaksteuer erhöht, so wird der Konsum an Tabakwaren (wenn überhaupt) nicht schlagartig, sondern erst allmählich zurückgehen.

Auch subjektive Erwartungen lassen sich als Begründung für Wirkungsverzögerungen heranziehen: So mögen Preisänderungen von manchen Haushalten zunächst nur als vorübergehend betrachtet werden, so daß sich diese Haushalte nicht sofort genötigt sehen, ihre Dispositionen darauf einzustellen. Sie werden erst später reagieren, wenn sie erkannt haben, daß die Änderungen doch nicht nur vorübergehender Natur waren.

Als formale Darstellung ¹⁾ bietet sich zunächst die

-
- 1) Grundsätzlich umfaßt das verfügbare mathematische Instrumentarium zwei Kategorien, einerseits die Darstellung mithilfe von Differenzengleichungen (diskrete Formulierung), andererseits die Darstellung mittels Differentialgleichungen (stetige Betrachtungsweise). Die stetige Version läßt sich zwar i.a. mathematisch einfacher handhaben, eine empirische Überprüfung verlangt aber eine diskrete Formulierung oder zumindest eine Approximation des stetigen Modells durch ein diskretes, um das Modell mit dem diskontinuierlich anfallenden Datenmaterial konfrontieren zu können. Wir werden uns daher auf die diskrete Betrachtungsweise beschränken. Die Probleme einer diskreten Approximation kontinuierlicher Lag-Modelle werden z.B. bei SIMS (1971) behandelt.

Berücksichtigung des Lags in der einfachsten Form an:

$$(1.1) \quad y_t = f(x_{t-s}) \quad , \quad s > 0$$

mit

y_t = zu erklärende Variable,

x_t = erklärende Variable. 1)

Als Beispiel aus der Wirtschaftstheorie sei hier der bekannte Robertson-Lag genannt, der eine Beziehung zwischen Konsum und Einkommen der Vorperiode beschreibt. Die zeitliche Beziehung der beiden Variablen wird also nur anhand zweier Zeitpunkte (bzw. -perioden) $t-s$ und t dargestellt. Die Gültigkeit der Hypothese (1.1) setzt

-
- 1) In den nachfolgenden Überlegungen werden wir nur den einfachen Fall der Abhängigkeit der endogenen (zu erklärenden) Variablen von einer erklärenden Größe behandeln. Hypothesen mit mehreren erklärenden Variablen (multidimensionale Lag-Modelle) bringen in Bezug auf unser Untersuchungsziel keine zusätzlichen Erkenntnisse, so daß wir uns mit der Behandlung des eindimensionalen Falls begnügen können. Zur Schätzproblematik bei multidimensionalen Lag-Modellen vgl. z.B. WAHBA (1969).
Bei der Formulierung einer ökonomischen Hypothese darf außerdem nicht vergessen werden, daß bei der Beschreibung wirtschaftlicher Verhaltensweisen kein deterministischer Zusammenhang (ökonomisches Modell) besteht, sondern daß - auch im Hinblick auf eine empirische Überprüfung - der Einfluß der erklärenden Größe noch von einer Zufallsvariablen ϵ_t überlagert wird (Ökonometrisches Modell).
Für die Beschreibung der Lag-Struktur spielt aber ϵ_t keine Rolle, so daß wir zunächst nur die Formulierung als ökonomische Hypothese verwenden können. Die zu erklärende Größe in der Gleichung (1.1) läßt sich dann auch als bedingter Erwartungswert der Zufallsvariablen Y_t :

$$y_t = E(Y_t / x \text{ gegeben})$$

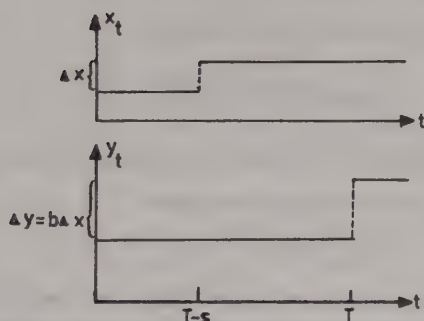
auffassen.

voraus, daß die gesamte Anpassungsreaktion von y auf eine Änderung von x genau nach s Perioden (und nicht teilweise schon vorher) erfolgt.

Nehmen wir beispielhaft an, es bestehe die einfache proportionale Beziehung:

$$(1.1a) \quad y_t = b x_{t-s}, \quad b > 0$$

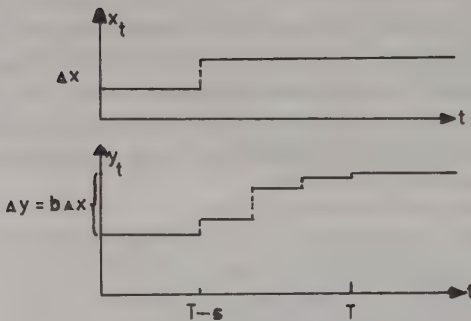
Abb. 1.1:



Nun kann man aber bei der Beschreibung ökonomischer Reaktionsweisen im allgemeinen nicht von dieser vereinfachten Darstellung eines festen Lags ausgehen, vielmehr muß man annehmen, daß die Gesamtreaktion Δy über eine bestimmte Zeitspanne, die länger als die betrachtete Grundzeitperiode ist, verteilt ist. So ist es beispielsweise nicht einsichtig, daß alle Unternehmer auf Änderungen in den Gewinnerwartungen mit Investitionsentscheidungen reagieren, die für alle

dieselbe Zeit in Anspruch nehmen, oder daß alle Haushalte genau denselben "Robertson-Lag" bei ihren Konsumausgaben haben. Sobald man mit aggregierten Größen arbeitet, muß man von verteilten Lags ausgehen.

Abb. 1.2:



Die gesamte Reaktion von y auf eine Änderung von x ist zwar nach erfolgter Anpassung insgesamt genau so groß wie bei der Annahme der Beziehung (1.1), sie verteilt sich aber auf die zwischen $T-s$ und T liegenden Perioden¹⁾. Wir haben es also mit einer verteilten Verzögerung zu tun (distributed lag).

- 1) Hierbei sieht man sofort, wie die Formulierung einer verteilten Verzögerung von der dem Modell zugrunde liegenden Periodenlänge abhängt. Liegen z.B. nur Werte der Variablen in den Zeitpunkten $T-s$ und T vor (etwa Jahresdaten), so lassen sich die soeben genannten beiden Fälle nicht unterscheiden. Auch bei der Schätzung von Distributed-Lag-Modellen, die etwa als Grundzeitperiode Quartale beinhalten, aber nur mit jährlich verfügbarem Datenmaterial überprüft werden können, entstehen durch die Aggregation über die Zeit neue Probleme. Vgl. hierzu etwa MUNDLAK (1961) und MORIGUCHI (1970).

Die Änderung von x in $T-s$ von x_0 auf x_1 (Störung der Gleichgewichtssituation $y=b \cdot x$) führt also zu der folgenden Reaktion von y :

$$y_{T-s-1} = b x_0$$

$$y_{T-s} = b x_0 + b_0(x_1 - x_0)$$

$$y_{T-s+1} = b x_0 + b_0(x_1 - x_0) + b_1(x_1 - x_0)$$

⋮

$$y_T = b x_0 + b_0(x_1 - x_0) + b_1(x_1 - x_0) + \dots \\ \dots + b_{s-1}(x_1 - x_0) + b_s(x_1 - x_0)$$

$$\text{mit } b_0 + b_1 + \dots + b_{s-1} + b_s = b.$$

In T ist die gesamte Reaktion abgeschlossen, denn

$$y_T = b x_0 + (x_1 - x_0) \sum_{i=0}^s b_i = b x_1,$$

b kann also als langfristiger Reaktionskoeffizient interpretiert werden. Die Koeffizienten b_i beschreiben den Effekt, die eine vor i Perioden erfolgte Änderung der erklärenden Größe auf den Wert der endogenen Variablen im Zeitpunkt t per se ausübt¹⁾.

Geht man jetzt von der einschränkenden Annahme einer einmaligen Erhöhung der Variablen x ab und läßt beliebige Werte x_t ($t = 0, 1, 2, \dots$) zu, so läßt sich mit Hilfe der Reaktionskoeffizienten b_i das allgemeine lineare

1) Den Koeffizienten b_0 , der die Reaktion von y auf x in derselben Periode beschreibt, nennt man auch den "kurzfristigen" Reaktionskoeffizienten.

Modell verteilter Lags mit endlicher Lag-Struktur formulieren:

$$(1.2) \quad y_t = b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + b_2 x_{t-2} + \dots + b_s x_{t-s}.$$

Auch das Modell (1.1a) ist als Spezialfall in (1.2) enthalten, denn dann ist:

$$b_i = \begin{cases} 0 & \text{für } i=0,1,\dots,s-1 \\ b & \text{für } i=s \end{cases}.$$

Zum allgemeinen linearen Distributed-Lag-Modell kommt man, wenn man auch zuläßt, daß die zu erklärende Variable als unendliche Summe der mit den Reaktionskoeffizienten gewichteten Werte der erklärenden Größen in der Vergangenheit dargestellt werden kann¹⁾:

$$(1.3) \quad y_t = b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} b_i x_{t-i}.$$

Damit (1.3) auch ökonomisch vernünftig interpretierbar bleibt, müssen wir an dieses Modell zunächst die Bedingung knüpfen, daß bei Konstanz der erklärenden Variablen $x_t = x_{t-1} = \dots = x$ auch die endogene Variable y einen konstanten Wert (einen stationären Gleichgewichtswert) annimmt. Dazu ist notwendig, daß die Summe der Reaktionskoeffizienten nicht über alle Grenzen hinaus wachsen

1) Zu den folgenden Ausführungen vgl. etwa DHRIMES (1971), S. 2 ff., GRILICHES (1967) oder STEEB (1977).

Oft findet man im Lag-Modell noch ein Absolutglied, das aber für die Gültigkeit der hier interessierenden Aussagen nicht von Belang ist und daher ohne Beschränkung der Allgemeinheit auch weggelassen werden kann.

kann:

$$(1.4) \quad \sum_{i=0}^{\infty} b_i = b \quad \text{mit } -\infty < b < +\infty .$$

Dies impliziert gleichzeitig:

$$(1.4a) \quad \lim_{i \rightarrow \infty} b_i = 0 .$$

Wohlgemerkt ist hierbei noch nichts über das Vorzeichen von b gesagt; das hängt natürlich von der jeweils zu beschreibenden Verhaltenshypothese ab: So werden beispielsweise die langfristige Reaktion der Nachfrage nach einem Gut auf eine Preiserhöhung dieses Gutes (bei normalem Verlauf der Nachfragekurve) oder die zinsinduzierte Investitionsgüternachfrage bei Gültigkeit der Keynesianischen Investitionshypothese bei steigenden Zinsen langfristig negativ sein ($b < 0$), während bei anderen Verhaltensgleichungen, zum Beispiel bei der privaten Konsumgüternachfrage in Abhängigkeit vom privat verfügbaren Einkommen positive langfristige Reaktionskoeffizienten ($b > 0$) zu erwarten sind.

Während die Annahme eines endlichen langfristigen Reaktionskoeffizienten b von der ökonomischen Interpretationsmöglichkeit her notwendig ist, bedarf die im Anschluß daran in der Literatur meistens genannte Restriktion, daß alle Reaktionskoeffizienten dasselbe Vorzeichen haben, oder formal:

$$(1.5) \quad b_i \cdot b_j \geq 0, \quad i, j = 0, 1, 2, \dots$$

einer näheren Untersuchung, ob sie nicht den ökonomisch

möglichen Verhaltensweisen unter Umständen entgegensteht. Doch zunächst zur formalen Seite:

Wenn (1.5) gilt, ist es möglich, zum sogenannten "normierten linearen verteilten Lag-Modell" zu gelangen:

$$(1.6) \quad y_t = b(w_0 x_t + w_1 x_{t-1} + w_2 x_{t-2} + \dots)$$

mit:

$$(1.7) \quad w_i = b_i / \sum_{i=0}^{\infty} b_i = b_i / b \quad , \quad i=0,1,2,\dots$$

und:

$$(1.8) \quad w_i \geq 0 \quad , \quad i=0,1,2,\dots \quad :$$

Die w_i nennt man (normierte) Lag-Koeffizienten¹⁾, und die Folge:

$$(1.8a) \quad w = \{w_i \quad , \quad i=0,1,2,\dots\}$$

heißt normierte Lag-Struktur.

Die w_i beschreiben, wie groß der relative Einfluß der Variablen x_{t-i} in Bezug auf die gesamte Reaktion von y ist.

Aus (1.7) folgt unmittelbar:

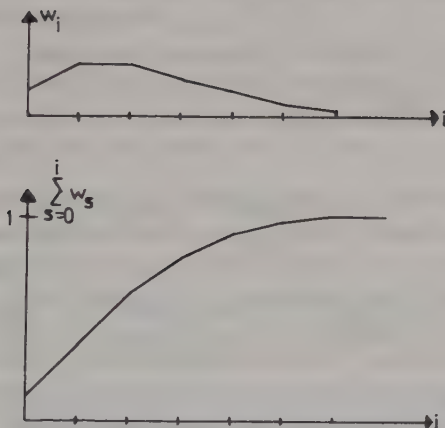
$$(1.9) \quad \sum_{i=0}^{\infty} w_i = 1 \quad ,$$

so daß sich die normierte Lag-Struktur durch die aus

1) Vgl. z.B. DHRYMES (1971), S. 3.

der deskriptiven Statistik bekannte relative Häufigkeitsverteilung mit den relativen Häufigkeiten w_i beziehungsweise das Reaktionszeitmuster als kumulierte relative Häufigkeitsverteilung beschreiben lassen:

Abb. 1.3:

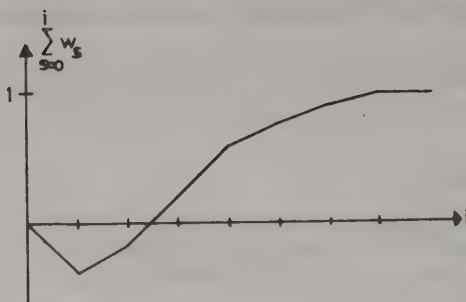


Hierin liegt auch der Grund für die Begrenzung der w_i auf nicht-negative Werte, da relative Häufigkeiten immer zwischen Null und Eins liegen¹⁾.

Denkbar sind aber auch andere Reaktionszeitmuster, zum Beispiel:

1) Auch die Begriffe "Mittelwert" und "Varianz" einer Lag-Verteilung (Näheres dazu im Abschnitt 1.2. dieser Arbeit) sind nur in diesem Fall sinnvoll zu interpretieren.

Abb. 1.4:



Es ist vorstellbar, daß beispielsweise bei der Preiserhöhung eines Gutes sich ein Teil der Konsumenten "normal" verhält und allmählich (über die Zeit verteilt) die Nachfrage reduziert. Ein anderer Teil kann aber ganz anders reagieren und, etwa aus der subjektiven Erwartung heraus, daß der Preis weiter steigt, zunächst Hamsterkäufe tätigen, um dann daran anschließend die Nachfrage entsprechend der normalen Reaktion zu reduzieren.

Aggregiert man über alle Konsumenten, so könnte dann durchaus ein Zeitmuster wie in Abb. 1.4 entstehen. Dies bedeutet aber gleichzeitig, daß Lag-Koeffizienten mit alternierenden Vorzeichen auch ökonomisch begründbar sein können¹⁾. Hiervon bleibt jedoch die Interpretation des Gesamteffekts (langfristige Reaktion) unberücksich-

1) Bei empirischen Untersuchungen treten bisweilen auch negative Lag-Koeffizienten auf, deren Vorhandensein wird dann aber meist mit der mangelnden Berücksichtigung der genannten Restriktion durch die jeweils verwendete Schätzmethode und nicht irgendwie ökonomisch begründet. Vgl. hierzu z.B. GRILICHES (1967), S. 31 oder CAGAN, GANDOLFI (1969), S. 281.

tigt¹⁾.

Gleichwohl dürfte es sich bei dem zuletzt geschilderten Fall um eine Ausnahme der in der Realität zu beobachtenden Reaktionen handeln²⁾, so daß die Restriktion (1.5) keine allzu große Einschränkung des Anwendungsbereichs des verteilten Lag-Modells bedeuten dürfte. Man sollte aber nicht den Fehler begehen, aus ökonomischen Überlegungen heraus a priori immer diesen Fall auszuschließen.

Eine weitere Annahme für das Lag-Modell, die aber in der Literatur meist nur implizit getroffen wird, ist die Annahme der Konstanz der Lag-Struktur in der Zeit:

$$(1.10) \quad w_{i,t} = w_i \quad , \quad \begin{array}{l} i=0,1,2,\dots \\ t=0,1,2,\dots \end{array} .$$

Eine andere Interpretationsmöglichkeit von (1.10) läuft auf die Symmetrie-Annahme des Lag-Modells (1.3) hinaus³⁾:

-
- 1) Der Verfasser kann in diesem Fall die Bedenken, daß dann eine Beschränkung der Summe der Lag-Koeffizienten auf Eins unangebracht sei (vgl. STEEB (1977), S. 357) nicht teilen, denn eine langfristige Reaktion ist doch auch dann noch zu ermitteln.
 - 2) Man darf diese Reaktion keinesfalls etwa mit den Zeitpfaden endogener Variablen als Lösungen dynamischer ökonomischer Modelle verwechseln, denn dort sind durchaus Pfade mit alternierenden Vorzeichen möglich: Diese resultieren aber dann daraus, daß die erklärenden Größen in einer Lag-Beziehung selbst endogene Variablen sind und im Zeitablauf sich ebenfalls ändern. In den hier betrachteten Fällen wird aber die erklärende Größe exogen und konstant angenommen.
 - 3) Zum Folgenden vgl. z.B. KOYCK (1954), S. 12 ff.

Unter dieser Bedingung gilt für das Reaktionszeitmuster, daß dieses unabhängig davon ist, ob sich die erklärende Größe x in der Ausgangssituation nach oben oder nach unten bewegt. Das Reaktionszeitmuster ist also symmetrisch. Unter der zusätzlichen Voraussetzung einer Konstanz der langfristigen Reaktion - unabhängig von der Bewegungsrichtung der Ausgangsstörung der erklärenden Größe - handelt es sich um eine symmetrisch umkehrbare Lag-Beziehung.

Hebt man die Bedingung der Symmetrie auf, läßt also ein unterschiedliches Reaktionszeitmuster - abhängig von der Bewegungsrichtung von x - zu, unterstellt aber weiterhin eine konstante langfristige Reaktion, so handelt es sich um eine asymmetrisch umkehrbare Lag-Relation: Eine einmalige Störung von x_0 auf x_1 und anschließend wieder zurück auf x_0 führt dann zu einem langfristigen Wert von y_t , der wieder dem Ausgangsniveau entspricht.

Zur Diskussion der Annahme (1.10) werden wir im Abschnitt 3. noch kommen, da wir dort herausfinden wollen, ob es Anhaltspunkte (von der theoretischen und empirischen Seite her) dafür gibt, das symmetrische Lag-Modell in Richtung eines asymmetrisch umkehrbaren Lag-Musters modifizieren zu können.

Den Fall eines asymmetrisch nicht-umkehrbaren Reaktionszeitmusters (normierte Lag-Struktur und langfristiger Reaktionskoeffizient abhängig von der Bewegungsrichtung der erklärenden Größe) wollen wir hier nicht weiter verfolgen.

1.2. Lag-Strukturen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Die "Ähnlichkeit" der Lag-Struktur mit einer relativen Häufigkeitsverteilung hat dazu geführt, daß man auch einen Teil des Instrumentariums aus der Wahrscheinlichkeitstheorie für die Analyse verteilter Lags herangezogen hat¹⁾. So läßt sich die Beschreibung der Form eines Lags, insbesondere der durchschnittliche Lag (wahrscheinlichkeitstheoretisches Analogon: Erwartungswert einer Zufallsvariablen) und die Varianz eines Lags mit Hilfe bekannter Ergebnisse über Wahrscheinlichkeitsverteilungen und deren Momente gewinnen. Sehr nützlich ist in diesem Zusammenhang das Konzept der Lag-erzeugenden Funktion, das in formaler Analogie zur wahrscheinlichkeitserzeugenden Funktion²⁾ verwendet wird. Eine ausführliche Diskussion der Lag-erzeugenden Funktion und deren Eigenschaften findet man zum Beispiel bei Dhrymes³⁾; wir wollen hier nur die wichtigsten Ergebnisse, die für die weitere Analyse von Lag-Modellen notwendig sind, kurz darstellen.

Dazu definiert man eine diskrete Zufallsvariable Z , die der Realisationen $i=0,1,2,\dots$ mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten $p_0, p_1, \dots$ fähig ist, oder:

$$(1.11) \quad P(Z=i) = p_i, \quad i=0,1,2,\dots$$

Man nennt dann die Funktion:

1) Auf die formale Analogie zwischen Lag-Strukturen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen hat als erster FISHER (1925) hingewiesen.

2) Vgl. hierzu z.B. SCHÖNFELD (1971), S. 72.

3) Vgl. DHRYMES (1971), S. 3 ff.

$$(1.12) \quad W(S) = \sum_{i=0}^{\infty} p_i S^i$$

mit S als reeller Hilfsgröße, wenn sie in einem Intervall $-S_0 < S < S_0$ ($S_0 \geq 1$) konvergiert, eine Wahrscheinlichkeitserzeugende Funktion.

Interpretiert man nun die normierten Lag-Koeffizienten w_i des Lag-Modells als Wahrscheinlichkeiten p_i , mit denen eine Zufallsvariable die Realisationen $i=0,1,2,\dots$ annimmt, so kann (1.12) auch als Lag-erzeugende Funktion aufgefaßt werden¹⁾:

$$(1.12a) \quad W(S) = \sum_{i=0}^{\infty} w_i S^i$$

Die wichtigsten Eigenschaften der Lag-erzeugenden Funktion erkennt man bei deren Differentiation:

$$(1.13) \quad W^{(k+1)}(S=1) = E[(1)(1-1)\dots(1-k)] \quad .$$

Dabei bedeuten $W^{(n)}$ die n -te Ableitung der Funktion und 1 die Realisation der Lag-Variablen.

Außerdem erhält man als k -te Ableitung an der Stelle 0:

$$(1.14) \quad W^{(k)}(S=0) = k!w_k$$

Aus (1.13) lassen sich die Momente der Verteilung bestimmen. So folgen insbesondere:

1) Vgl. hierzu z.B. SCHÖNFELD (1971), S. 72.

$$(1.15) \quad E(l) = W^{(1)}(l)$$

als durchschnittlicher Lag.

Aus:

$$W^{(2)}(l) = E[l(l-1)] = E(l^2) - E(l)$$

folgt mit:

$$V(l) = E(l^2) - E^2(l)$$

$$(1.16) \quad V(l) = W^{(2)}(l) + W^{(1)}(l) - \left[W^{(1)}(l) \right]^2$$

als Ausdruck für die Varianz der Lag-Struktur.

Der Durchschnittslag gibt an, wie lange im Durchschnitt eine Anpassung an eine Datenänderung dauert, oder anders ausgedrückt: Der Mittelwert des Lags gibt Auskunft darüber, wie lange im Durchschnitt die Datenänderung, an denen die Wirtschaftssubjekte ihr Verhalten ausrichten, zurückliegt.

Die Varianz des Lags liefert Aufschluß darüber, ob sich der Einfluß der Datenänderung mehr auf einige wenige Perioden konzentriert, oder ob er sich mehr auf die gesamte Anpassungszeit verteilt. Anders ausgedrückt: Die Varianz des Lags liefert Aussagen darüber, wie breit das Spektrum der in der Vergangenheit liegenden Werte der erklärenden Größe ist, das in das Verhalten der Wirtschaftssubjekte Eingang findet. Je kleiner die Varianz, umso stärker ist die hauptsächliche Reaktion um den durchschnittlichen Lag konzentriert, ein umso schmaleres Spektrum der Vergangenheitswerte wird berücksichtigt. Im Extremfall $V(l)=0$ gelangt man zu dem Modell mit festem

Lag (1.1) mit $E(\cdot) = s$: Die gesamte Anpassung ist dann in der s -ten Periode nach der Datenänderung zusammengezogen.

Aus (1.14) folgt:

$$(1.17) \quad w_1 = \frac{1}{1!} W^{(1)}(0) \quad .$$

Bei Kenntnis der Lag-erzeugenden Funktion lassen sich die Lag-Koeffizienten aus der Beziehung (1.17) leicht ermitteln ("erzeugen"). Dies ist insbesondere dann von Vorteil, wenn man sich etwa eine Lag-Verteilung als eine Summe von mehreren Lag-Verteilungen entstanden denken muß. Bevor wir aber dieses Problem der "Faltung" von Lag-Verteilungen ansprechen, erscheint es zweckmäßig, an dieser Stelle den Lag-Operator L einzuführen, der die weiteren Analysen wesentlich vereinfacht¹⁾.

Wir definieren:

$$(1.18) \quad L x_t = x_{t-1} \quad , \quad L^2 x_t = x_{t-2} \quad \text{usw.}$$

Dann können wir (1.6) auch schreiben:

$$(1.19) \quad y_t = b(w_0 + w_1 L + w_2 L^2 + \dots) x_t$$

beziehungsweise:

$$(1.19a) \quad y_t = b \cdot W(L) \cdot x_t$$

mit:

1) Auf diesen Operator sind (mit gewissen Einschränkungen, die aber für die ökonomischen Anwendungen nicht relevant sind) die üblichen Rechenregeln anwendbar. Vgl. hierzu z.B. DHRYMES (1970), S. 509 ff., DHRYMES (1971), S. 17 ff., oder SCHÖNFELD (1971), S. 80 ff.

$$W(L) = \sum_{i=0}^{\infty} w_i L^i ,$$

wobei $W(L)$ als polynomialer Lag-Operator bezeichnet wird. Im Vergleich zu (1.12) sieht man die bis auf das unterschiedliche Argument algebraische Identität der beiden Polynome. In der Tat sind die beiden Algebren von Polynomialoperator und Lag-erzeugender Funktion isomorph¹⁾, man kann beide Funktionen beliebig untereinander austauschen und einmal als Lag-erzeugende Funktion, zum anderen als polynomialen Lag-Operator interpretieren. Dieses Ergebnis läßt sich vorteilhaft bei der Beschreibung der Faltung von Lag-Verteilungen anwenden.

Angenommen, man will die Abhängigkeit der privaten Nettoinvestitionen von der Gewinnsituation durch ein verteiltes Lag-Modell:

$$I_t = a \cdot W(L) Q_t ,$$

I = Investitionen
 Q = Gewinne der Unternehmer

beschreiben. Man kann sich diesen Prozeß der verzögerten Anpassung nun in verschiedene Phasen zerlegt denken, zum Beispiel in folgende:

1) Zum Beweis vgl. DHRYMES (1971), S. 23 ff.

Änderung der Gewinnsituation



Phase der Investitionsentscheidung $E_t = b \cdot W_1(L) Q_t$



Planungs- und Finanzierungsphase $I_t^{\text{gepl.}} = c \cdot W_2(L) E_t$



Realisationsphase $I_t = d \cdot W_3(L) I_t^{\text{gepl.}}$

Nun ist es plausibel anzunehmen, daß jede dieser Phasen in den einzelnen Unternehmungen unterschiedlich lange dauern wird, so daß für die zeitliche Abwicklung jeder Stufe ein verteilter Lag angesetzt werden kann. Nimmt man außerdem an, daß die zeitlichen Verteilungen der Prozesse voneinander unabhängig sind, das heißt, daß etwa die Dauer der Finanzierungsphase nicht von der zeitlichen Verteilung der Entscheidungsphase abhängt, so kann man die Lag-Verteilungen der einzelnen Prozeßstufen "falten", um die Verteilung des gesamten Prozesses ermitteln zu können. Dazu setzt man ineinander ein:

$$\begin{aligned}
 I_t &= d \cdot W_3(L) I_t^{\text{gepl.}} = \\
 &= d \cdot W_3(L) \cdot c \cdot W_2(L) E_t = \\
 &= d \cdot W_3(L) \cdot c \cdot W_2(L) \cdot b \cdot W_1(L) Q_t = \\
 &= a \cdot W(L) Q_t \quad \text{mit: } a = d \cdot c \cdot b \quad \text{und} \\
 &\quad W(L) = W_1(L) \cdot W_2(L) \cdot W_3(L) .
 \end{aligned}$$

Die Lag-erzeugende Funktion des gesamten Prozesses $W(L)$ läßt sich einfach als Produkt der Lag-erzeugenden Funktionen der einzelnen Phasen ermitteln. Man kann somit bei

Kenntnis der Lag-Koeffizienten und/oder der Lag-erzeugenden Funktionen der einzelnen Phasen die Lag-Koeffizienten des gesamten Prozesses auf einfachem Weg gewinnen¹⁾.

Wie man leicht zeigen kann, gilt allgemein für die Faltung von m Verteilungen:

$$W(L) = \prod_{i=1}^m W_i(L)$$

$$(1.20) \quad E(l) = \sum_{i=1}^m E(l_i)$$

$$V(l) = \sum_{i=1}^m V(l_i) \quad ,$$

wobei die l_i die Lag-Verteilungen der einzelnen Prozeßstufen charakterisieren.

Der durchschnittliche Lag der gesamten Verteilung ist die Summe der durchschnittlichen Verzögerungen der einzelnen Prozeßstufen; die analoge Aussage gilt für die Varianz des gesamten Lags, also Ergebnisse, wie sie ja auch für die Summe unabhängiger Zufallsvariablen geläufig sind.

Bisher haben wir einen Teil des Instrumentariums aus der Wahrscheinlichkeitstheorie für die Analyse verteilter Lags übernommen, ohne uns Gedanken darüber zu machen, ob:

1) Die Ermittlung der Lag-Koeffizienten auf direktem Weg über die Konstruktion einer Summenvariablen ist auch möglich (ein Beispiel gibt STÖWE (1977), S. 34 ff.), wird aber bei der Faltung mehrerer Verteilungen leicht unübersichtlich.

1. der Lag als Zufallsvariable aufgefaßt werden kann
- und somit die normierte Lag-Struktur als Wahrscheinlichkeitsverteilung - und, wenn dies nicht der Fall sein sollte,
2. ob man überhaupt dann das Instrumentarium und die Begriffe aus der Wahrscheinlichkeitstheorie übernehmen sollte.

Zu Punkt 1.:

Der Charakter des Lag-Modells (1.6) ist in der Tat rein deterministischer Natur, denn bei gegebenen Vergangenheitswerten der exogenen Variablen ist das durch das Lag-Modell beschriebene Verhalten in y_t eindeutig determiniert und nicht durch eine Zufallsverteilung charakterisiert, der Lag als Beschreibung eines Zeitmusters trägt also keine stochastischen Züge, die Lag-Koeffizienten sind demgemäß auch keine Wahrscheinlichkeiten¹⁾.

Wir meinen aber, daß es von der jeweiligen Betrachtungsweise abhängt, ob man nicht doch durch die Beleuchtung des Konzepts von einer anderen Seite zu einer Interpretation des Lags als Zufallsvariable gelangen kann. Hierzu ein Beispiel:

Zwischen dem Kreditzins r_K im Geschäftsbankensektor und dem von der Zentralnotenbank festgesetzten Diskontsatz r_d möge ein Zusammenhang bestehen, der durch eine verteilte Lag-Relation beschrieben werden kann:

$$r_{K,t} = a + b \cdot W(L)r_{d,t}$$

1) Vgl. z.B. ASCHINGER (1972), S. 397.

mit $b > 0$, das heißt, je größer der Diskontsatz, desto höher ist der Kreditzins.

Nimmt man nun an, daß sich die Zentralnotenbank veranlaßt sieht, im Zeitpunkt t den Diskontsatz zu senken und ihn auf weiteres auf dem niedrigeren Niveau zu belassen, dann werden bei Gültigkeit der oben genannten Hypothese nach einer gewissen Zeit alle Geschäftsbanken den Zins für die Kreditvergabe auf den neuen stationären Wert gesenkt haben. Nehmen wir zusätzlich an, daß jede Geschäftsbank den Sprung vom alten auf das neue Zinsniveau auf einmal durchführt, daß also die einzelne Bank keinen Zinssatz verlangt, der zwischen dem alten und dem neuen Niveau liegt, dann kommt eine Lag-Verteilung für den aggregierten Kreditzins des gesamten Bankensektors (Durchschnittszinssatz) nur dadurch zustande, daß die Zinsänderung der einzelnen Banken zu unterschiedlichen Zeitpunkten stattfindet.

Bei Kenntnis der Lag-Struktur läßt sich nun die Frage beantworten, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine zu einem beliebigen Zeitpunkt nach t (zufällig) ausgewählte Bank bereits den Kreditzins gesenkt hat oder nicht. Wählt man zum Beispiel den Zeitpunkt $t+k$, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß die ausgewählte Bank den Kreditzins bereits gesenkt hat, durch den Ausdruck

$$\sum_{i=0}^k w_i \leq 1$$

gegeben. Bezeichnet die Zufallsvariable D die Dauer, bis eine beliebige Bank die Zinssenkung durchgeführt hat - mögliche Realisationen sind $0, 1, 2, \dots$, so kann die Antwort auf die Fragestellung mit Hilfe der Verteilungsfunktion von D gegeben werden:

$$F(d) = P(D \leq k) = \sum_{i=0}^k w_i .$$

Es ist also durchaus möglich, durch geeignete Uminterpretation des Lag-Modells den Lag mit seinen Lag-Koeffizienten als Zufallsvariable mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten aufzufassen.

Allerdings soll noch einmal betont werden, daß in der allgemein üblichen Darstellung (1.9) - Erklärung eines realisierten Wertes y_t aus zurückliegenden Werten $x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots$ - nur deterministische Elemente vorhanden sind und nur formale Ähnlichkeit mit Wahrscheinlichkeitstheoretischen Begriffen besteht.

Selbst wenn man aber das Lag-Modell nur in dem zuletzt beschriebenen Sinne (also rein deterministisch) sieht und die Identifikation des Lags mit einer Zufallsvariablen ablehnt, so muß man doch Überlegungen anstellen, ob Bedenken gegen den Punkt 2. noch haltbar sind. Solchen Einwänden¹⁾ kann man unseres Erachtens schnell entgegen-treten:

Der Begriff "Varianz" beispielsweise ist ja nicht nur in der Wahrscheinlichkeitstheorie zuhause, sondern dient auch als Maß der deskriptiven Statistik zur Beschreibung einer beliebig zustande gekommenen Verteilung. Außerdem sind die mathematischen Eigenschaften der Wahrscheinlichkeitserzeugenden Funktion nicht davon abhängig, ob die verwendeten Koeffizienten nun tatsächlich Wahrscheinlichkeiten sind oder nicht, sie müssen nur den Konvergenzkriterien für diese Funktion Genüge tun.

Es ist also als durchaus legitim zu erachten, Teile des

1) Vgl. z.B. OERTLI (1972), S. 447.

Instrumentariums aus der Wahrscheinlichkeitstheorie zur Analyse von Lag-Verteilungsmodellen heranzuziehen.

1.3. Spezifizierung von Lag-Strukturen

1.3.1. ... aufgrund statistisch-methodischer Überlegungen

Wir haben bei den bisherigen Untersuchungen lediglich das Vorhandensein einer gewissen Lag-Struktur vorausgesetzt, ohne zu überlegen, welches explizite Aussehen eine solche Struktur haben kann. Zusätzliche Informationen über die Lag-Koeffizienten sind aber notwendig, um mit dem Lag-Modell weiterarbeiten zu können, denn in der Form (1.3) ist die Beschreibung einer Verhaltensweise, wenn man sie beispielsweise im Hinblick auf Auswirkungen auf das dynamische Verhalten ökonometrischer Modelle untersuchen will, nicht handhabbar: Erstens haben wir es auf der rechten Seite der Gleichung mit unendlich vielen erklärenden Größen zu tun, und zweitens sind die Lag-Koeffizienten bis auf die Restriktion (1.9) und im allgemeinen auch (1.8) nicht spezifiziert.

Eine erste Möglichkeit der Spezifikation besteht nun darin, eine endliche Lag-Struktur zu unterstellen. Wir können ab jetzt auch die stochastische Formulierung zulassen, um etwa den Vergleich zum linearen Regressionsmodell zuzulassen:

$$(1.21) \quad y_t = \sum_{i=0}^B b_i x_{t-i} + \varepsilon_t ,$$

wobei ε_t eine Zufallsvariable mit zeitinvarianter Dich-

tefunktion und Erwartungswert $E(\epsilon_t)=0$ sein soll¹⁾.

Bei a priori-Kenntnissen über den größten Lag s ist das Modell (1.21) mit dem multiplen linearen Regressionsmodell identisch, und mit zusätzlichen Annahmen für ϵ_t kann zur Schätzung der Reaktionskoeffizienten b_i etwa die Methode der kleinsten Quadrate herangezogen werden.

Nun liegt aber in den seltensten Fällen a priori fest, welcher am längsten zurückliegende Vergangenheitswert noch in das Kalkül mit einbezogen wird, s ist also selbst in der Regel eine unbekannte Größe. In diesem Fall kann man nur versuchen, die Länge des Lags aus den Daten selbst zu bestimmen, indem man sukzessiv immer einen weiteren verzögerten Wert der erklärenden Variablen als Regressor hinzunimmt und anhand gewisser statistischer Kriterien (z.B. varianzanalytische Überprüfung, Signifikanztests für die neu aufgenommenen Variablen) versucht, eine Schätzung für die wahre Lag-Länge zu erhalten.

Solche direkten Ansätze zur Schätzung der Gleichung (1.21) findet man zum Beispiel in den frühesten Abhandlungen zum Problemkreis verteilter Lags²⁾.

Bei der praktischen Anwendung dieses an sich recht einleuchtenden Verfahrens werden aber immer wieder Probleme

1) Die Formulierung (1.21) kann auch als Approximation für das unendliche Lag-Modell (1.3) angesehen werden, wenn man davon ausgeht, daß ab einer gewissen Zeitdauer $s+1$ die Einflüsse von noch weiter zurückliegenden Werten der erklärenden Variablen so gering sind, daß sie im Regressionsansatz vernachlässigt werden können.

2) Vgl. z.B. ALT (1942) oder TINBERGEN (1949).

auftreten¹⁾:

Zum einen wird bei kleinen Stichproben eine große maximale Lag-Länge nur wenige Freiheitsgrade zur Schätzung übrig lassen, zum anderen kann man in der Regel davon ausgehen, daß die Zeitreihen der erklärenden Variablen typischerweise hoch miteinander korreliert sind, so daß die Schätzungen aufgrund der Multikollinearität zu ungenau sein dürften, um einigermaßen präzise Rückschlüsse auf die wahre Struktur der Lag-Verteilung zuzulassen.

Dies hat in der weiteren Entwicklung der Theorie verteilter Lags zu Spezifikationen der Lag-Verteilungen geführt, die es erlauben, die Lag-Struktur mit Hilfe einiger weniger Parameter zu charakterisieren.

In diesem Zusammenhang ist als allgemeinsten Ansatz der rational verteilte Lag zu nennen²⁾:

Diesem Ansatz liegt folgende Idee zugrunde: Jede beliebige Lag-erzeugende Funktion (und damit jede beliebige Lag-Verteilung) kann durch eine gebrochene rationale Funktion, das heißt durch einen Quotienten zweier endlicher Polynome, bis zu einem beliebig vorgegebenem Genauigkeitsgrad approximiert werden:

$$W(L) = \frac{u_0 + u_1 L + u_2 L^2 + \dots + u_m L^m}{v_0 + v_1 L + v_2 L^2 + \dots + v_n L^n} = \frac{U(L)}{V(L)} .$$

Dabei hängt die Wahl der Polynomgrade m und n vom gewünschten Genauigkeitsgrad ab.

1) Vgl. JOHNSTON (1972), S. 293.

2) Vgl. JORGENSON (1966).

Somit kann das allgemeine verteilte Lag-Modell approximiert werden durch:

$$(1.22) \quad Y_t = b \frac{U(L)}{V(L)} x_t + \epsilon_t$$

Durch Multiplikation von (1.22) mit dem Nennerpolynom $V(L)$ erhält man eine zur Schätzung und eine zum Einbau in ökonomische Modelle geeignete Relation, die sogenannte autoregressive Form:

$$(1.23) \quad V(L) \cdot Y_t = b \cdot U(L) x_t + V(L) \epsilon_t$$

Schreibt man (1.23) unter der Beachtung, daß zweckmäßigerweise $v_0=1$ normiert wird, ausführlich und ordnet um, erhält man:

$$(1.23a) \quad Y_t = b(u_0 x_t + u_1 x_{t-1} + \dots + u_m x_{t-m}) - (v_1 Y_{t-1} + v_2 Y_{t-2} + \dots + v_n Y_{t-n}) + (\epsilon_t + v_1 \epsilon_{t-1} + v_2 \epsilon_{t-2} + \dots + v_n \epsilon_{t-n})$$

Ist das Nennerpolynom eine Konstante, so vereinfacht sich (1.23) wieder zu dem endlichen Lag-Modell (1.21) mit $s=m$.

In der ökonomischen Literatur finden sich Anwendungen der rationalen Lag-Struktur vor allem bei Untersuchungen über das Investitionsverhalten, wobei im allgemeinen, um die Anzahl der zu schätzenden Parameter möglichst gering zu halten, als Größenordnung für m und n nicht mehr als zwei gewählt wird¹⁾.

1) Vgl. z.B. JORGENSEN (1963), JORGENSEN, STEPHENSON (1967), oder GRILICHES, WALLACE (1965).

Bei der Schätzung von (1.23a) ist - abgesehen von dem komplizierten Restwertprozeß - zu beachten, daß die Parameter, wenn die Lag-erzeugende Funktion konvergieren soll und die berechneten Lag-Koeffizienten den Bedingungen (1.8) - Nicht-Negativität - und (1.9) - Summe der Koeffizienten Eins - Rechnung tragen sollen, gewissen Ungleichungen genügen müssen ¹⁾. Darüber hinaus erweist es sich als Nachteil, daß die Verzögerungsstruktur sehr empfindlich, selbst auf geringste Parametervariationen reagiert ²⁾.

Nach Parameterschätzungen und der Bildung von Konfidenz-ellipsen (bzw. -ellipsoiden) kann man hierdurch zu völlig unterschiedlichen Lag-Strukturen gelangen, die alle mit dem vorliegenden Datenmaterial vereinbar sind ³⁾.

Die rationale Lag-Struktur kann zwar durch eine geringe Anzahl von Parametern beschrieben werden, läßt aber den Rückschluß auf die wahre Lag-Struktur mit Hilfe empirischer Untersuchungen nur unter großen Schwierigkeiten zu. Die meisten Autoren, durchweg chronologisch vor Jorgenson, gingen einen anderen Weg: Sie führten a priori-Annahmen über die Form der Verteilung ein und untersuchten ihr statistisches Datenmaterial daraufhin, ob sich eine so vorgeschlagene Form mit der Empirie vereinbaren läßt.

1) Vgl. hierzu etwa SCHÖNFELD (1971), S. 78 ff.

2) GRILICHES (1967) liefert hierzu ein anschauliches Zahlenbeispiel.

3) Vgl. GRILICHES, WALLACE (1965), S. 318, und GRILICHES (1967), S. 30 f.

Zu einem Zahlenbeispiel kommen wir noch bei der Behandlung der Faltung von geometrischen Lag-Verteilungen (S.61 dieser Arbeit).

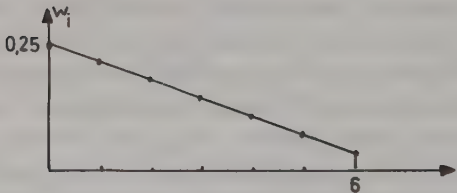
So geht zum Beispiel der arithmetische Lag auf Fisher zurück¹⁾: Dort folgen die normierten Lag-Koeffizienten einer arithmetischen Reihe, die allein von der Länge des Lags abhängt.

Durch einfache Überlegungen gelangt man zu den Lag-Koeffizienten:

$$(1.24) \quad w_i = \begin{cases} \frac{2(s+1-i)}{(s+1)(s+2)} & \text{für } i=0,1,2,\dots,s \\ 0 & \text{für } i>s \end{cases}$$

So ergibt sich für $s=6$:

Abb. 1.5:



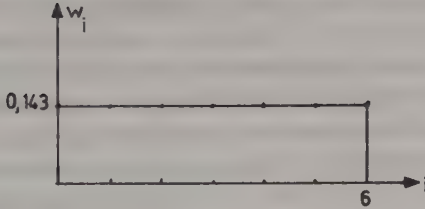
Eine andere Möglichkeit bietet die Gleichverteilung:

$$(1.25) \quad w_i = \begin{cases} \frac{1}{s+1} & \text{für } i=0,1,2,\dots,s \\ 0 & \text{für } i>s \end{cases}$$

1) Vgl. FISHER (1937).

Für $s=6$ erhält man:

Abb. 1.6:

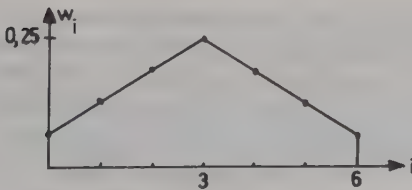


Von de Leeuw wurde die "Inverted V"-Verteilung vorgeschlagen, die in ihrer einfachsten (symmetrischen) Ausprägung dargestellt werden kann als:

$$(1.26) \quad w_i = \begin{cases} \frac{i+1}{(s/2 + 1)^2} & 0 \leq i < s/2 \\ \frac{s+1-i}{(s/2 + 1)^2} & \text{für } s/2 \leq i \leq s \\ 0 & i > s \end{cases}$$

So erhält man für $s=6$:

Abb. 1.7:



1) Vgl. DE LEEUW (1962).

Mit den Lag-Verteilungen (1.24) bis (1.26) kann man empirisch sehr leicht arbeiten, denn man muß nur eine einzige Zeitreihe einer synthetischen erklärenden Größe als gleitenden Durchschnitt konstruieren, wobei die Gewichte jeweils durch die entsprechende Verteilung vorgegeben sind. Dann ist es möglich, mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate einen Schätzwert für den langfristigen Reaktionskoeffizienten zu gewinnen. Nach Überprüfung verschiedener Lag-Strukturen, die sich aufgrund unterschiedlicher maximaler Lag-Längen ergeben, kann man dann die "beste" Anpassung auswählen.

An weiteren Versuchen, auch andere Formen zur Analyse heranzuziehen, hat es nicht gefehlt¹⁾. Indes erweisen sich solche Verteilungen für weitergehende Überlegungen als weniger geeignet, denn erstens dürfte es schwerfallen, für sie immer eine ökonomisch plausible Begründung zu liefern (man denke dabei nur an die Gleichverteilung), zweitens ist durch die Wahl eines bestimmten Ansatzes die Form des Lags und damit das Reaktionszeitmuster bis auf die maximale Lag-Länge s a priori festgelegt.

Wir wollen uns daher jetzt mit einem flexibleren Ansatz beschäftigen, bei dem die Form des Lags a priori noch

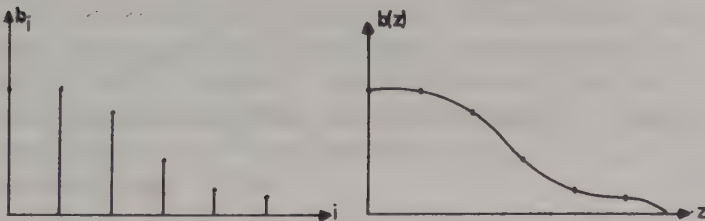
1) Erwähnt seien hier noch die Versuche, von der Wahrscheinlichkeitstheorie her bekannte Dichtefunktionen zu verwenden und diese durch entsprechende diskrete Funktionen zu approximieren, so etwa bei FISHER (1925) die logarithmische Normalverteilung oder bei THEIL, STERN (1960) die Gamma-Verteilung. Ebenfalls mit der Gamma-Verteilung arbeiten TSURUMI (1971) und SCHMIDT (1974).

nicht festgelegt ist. Die sogenannte Almon-Technik¹⁾ hat sich inzwischen in der ökonometrischen Literatur einen Stammplatz gesichert, auch wir werden im weiteren Verlauf der Arbeit diese Technik mit einer Modifikation verwenden.

Die Schwierigkeit der direkten Schätzung bestand ja in der großen Anzahl der zu schätzenden Reaktionskoeffizienten. Die Almon-Technik beruht nun auf der Idee, die Anzahl der zu schätzenden Parameter wesentlich zu reduzieren.²⁾

Die Koeffizienten b_i des Modells (1.21) lassen sich formal als Ordinatenwerte einer Funktion $b(z)$ für $z=0,1,2,\dots,s$ auffassen:

Abb. 1.8:



- 1) Aus der Fülle von Anwendungen seien neben der Untersuchung von ALMON (1965) über den verteilten Lag zwischen Kapitalbeschaffung und dessen Ausgabe beispielhaft noch genannt: die Arbeiten von MODIGLIANI, SUTCH (1967) und KÖNIG, WOLTERS (1970) über die Analyse der Fristenstruktur der Zinssätze sowie die Untersuchungen von SHAPIRO (1973) und JÜTTNER, TUCKWELL (1974) über die Abhängigkeit der Geldnachfrage von Einkommen, Zins und Inflationsrate.
- 2) Wir folgen hier nicht der Beschreibung von ALMON (1965) mit dem LAGRANGE-Interpolationsverfahren, sondern der äquivalenten, aber etwas einfacheren Formulierung, wie man sie etwa bei JOHNSTON (1972), S.294 ff. findet.

$$(1.27) \quad b_i = b(z=i) , \quad i=0,1,2,\dots s$$

Die Funktion $b(z)$ ist a priori unbekannt, aufgrund des Theorems von Weierstraß kann aber jede in einem geschlossenen Intervall stetige Funktion über dieses gesamte Intervall hinweg durch ein Polynom niedrigeren Grades in z approximiert werden, wobei der Polynomgrad von der gewünschten Genauigkeit der Approximation abhängt.

$$(1.28) \quad b(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_r z^r .$$

In der Regel kann man hoffen, bereits mit einem Grad zwischen $r=2$ und $r=4$ auszukommen.¹⁾

Drückt man die b_i durch ihre Approximationen (1.28) aus, kommt man zu:

$$b_0 = b(0) = a_0$$

$$b_1 = b(1) = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_r$$

$$(1.28) \quad b_2 = b(2) = a_0 + 2a_1 + 2^2 a_2 + \dots + 2^r a_r$$

.

$$b_s = b(s) = a_0 + s a_1 + s^2 a_2 + \dots + s^r a_r .$$

Einsetzen in (1.21) und Umordnen liefert dann:

1) Vgl. z.B. ALMON (1965), S.183: Sie verwendet ein Polynom vierten Grades. SHAPIRO (1973), S.87 arbeitet mit einem Polynom zweiten Grades, ebenfalls JÜTTNER, TUCKWELL (1974), S.204.

$$\begin{aligned}
 Y_t = & a_0(x_t + x_{t-1} + x_{t-2} + x_{t-3} + \dots + x_{t-s}) + \\
 & + a_1(x_{t-1} + 2x_{t-2} + 3x_{t-3} + \dots + sx_{t-s}) + \\
 (1.30) \quad & + a_2(x_{t-1} + 2^2x_{t-2} + 3^2x_{t-3} + \dots + s^2x_{t-s}) + \\
 & + \dots \\
 & + a_r(x_{t-1} + 2^rx_{t-2} + 3^rx_{t-3} + \dots + s^rx_{t-s}) + \epsilon_t .
 \end{aligned}$$

Die Koeffizienten $a_0, a_1, \dots, a_r$ können mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt werden, wenn man zuvor aus den Zeitreihenwerten für x die jeweiligen Ausdrücke in den runden Klammern auf der rechten Seite von (1.30) berechnet hat.

Im Vergleich zur direkten Schätzung hat sich die Anzahl der zu schätzenden Parameter von $(s+1)$ auf $(r+1)$ reduziert. Schon aus diesem Grund ist anzunehmen, daß sich das Problem der Multikollinearität entschärft hat, zusätzlich kommt hinzu, daß lineare Abhängigkeiten in den x_t , falls vorhanden, durch die Konstruktion der neuen erklärenden Größen als unterschiedliche Linearkombinationen der Zeitreihenwerte $x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-s}$ beseitigt sein dürften.

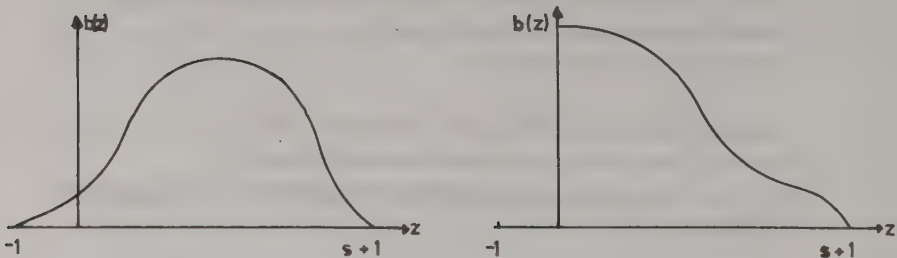
Liegen Schätzungen für die Koeffizienten $a_0, a_1, \dots, a_r$ vor, lassen sich die Reaktionskoeffizienten $b_0, b_1, b_2, \dots, b_s$ nach dem Bildungsgesetz (1.29) leicht berechnen.

Die Restriktion für die Reaktionskoeffizienten (und nach Normierung für die Lag-Koeffizienten) besteht bei der Almon-Technik darin, daß für die Form der Lag-Struktur ein Polynom niederen Grades angenommen wird. Im allgemeinen arbeitet man bei diesem Verfahren aber mit

weiteren Restriktionen: Da das Modell einen endlichen Lag beschreiben soll, wird angenommen, daß das zur Approximation verwendete Polynom Nullstellen bei $z = -1$ und $z = s+1$ aufweisen soll. Dadurch vermindert sich die Anzahl der zu schätzenden Parameter um zwei¹⁾.

An diesen zusätzlichen Restriktionen wurde allerdings in der Literatur Kritik geübt.²⁾ Während die Restriktion $b_{s+1} = b(s+1) = 0$ noch einleuchtend erscheint - für einen endlichen Lag muß ja der Koeffizient für den ersten Zeitpunkt nach der maximalen Lag-Länge Null sein -, bringt die Restriktion $b(-1) = 0$ unseres Erachtens eine nicht zu rechtfertigende Einschränkung der möglichen Formen in den Lag-Strukturen, da hierdurch die Schätzwerte der ersten Lag-Koeffizienten möglicherweise stärker nach unten gezogen werden dürften als ohne diese Restriktion.³⁾

Abb. 1.9: Almon-Polynome mit und ohne Restriktion $b(-1)=0$



- 1) Zu den daraus folgenden Bildungsgesetzen für die Koeffizienten vgl. z.B. KMENTA (1971), S.492 f.
- 2) Vgl. z.B. TRIVEDI (1970) und DHRYMES (1971), S.39 ff.
- 3) Vgl. hierzu auch KÖNIG, WOLTERS (1970), S.500, die den Fall $b(-1) = 0$ explizit ausklammern, um einen flexibleren Ansatz zu ermöglichen.

Genauere Aufschlüsse darüber dürften aber erst nach Auswertung noch anzustellender Simulationsexperimente möglich sein.

Bisher wurde die a priori-Kenntnis der maximalen Lag-Länge s vorausgesetzt, in den meisten Anwendungsfällen wird aber s wiederum selbst unbekannt sein. Dasselbe gilt auch für den Polynomgrad r als Maß für die Genauigkeit der Approximation. Hier hilft auch wieder nur die Durchführung mehrerer Schätzungen mit unterschiedlichen Werten s und r sowie die sich daran anschließende Auswahl der "besten Anpassung" mittels gewisser statistischer Kriterien. Gebräuchlich ist hierbei die Verwendung des korrigierten multiplen Korrelationskoeffizienten $\bar{R}^2$.¹⁾ Diese Vorgehensweise wird aber auch nicht kritiklos akzeptiert²⁾, nur nützt diese Kritik - und mag sie auch noch so begründet sein - nichts, solange es keine Möglichkeiten gibt, etwa mit anderen statistischen Verfahren oder aufgrund wirtschaftstheoretischer Überlegungen a priori-Informationen über das Aussehen der Lag-Verteilungen zu gewinnen. Hier darf noch ein weites Feld zur ökonometrischen Forschung vermutet werden.

1) Dieser ist definiert als:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{T-1}{T-K}(1-R^2)$$

mit R^2 als multiplen Korrelationskoeffizient, T als Stichprobenumfang und K als Anzahl der Regressoren. Eine Verwendung von $\bar{R}^2$ ist nötig, weil bei Variationen von s und/oder r sich der Stichprobenumfang und/oder die Anzahl der Regressoren ändern. Vgl. JOHNSTON (1972), S. 130.

2) Vgl. z.B. SCHMIDT, WAUD (1973) und FROST (1975).

1.3.2. Spezifizierung von Lag-Strukturen aufgrund ökonomisch-theoretischer Überlegungen

1.3.2.1. Das Erwartungsanpassungsmodell (A-E-Modell)

Die Konstruktionen aller bisher diskutierten Lag-Modelle weisen eine Gemeinsamkeit auf: Üblicherweise wird die Form des Lags entweder a priori festgelegt, weil man der Ansicht ist, daß eine solche Form "am besten paßt" (Beispiel: arithmetische Verteilung, Gleichverteilung, Inverted V-Verteilung), oder man benutzt mathematische Hilfsmittel (Approximations-sätze), um die Schwierigkeiten der direkten Schätzung zu umgehen und die Lag-Verteilung durch eine Verteilung, die durch wenige Parameter charakterisiert werden kann, anzunähern (Beispiel: Rationale Lag-Verteilung, Almon-Technik).

Die Wahl der jeweils als relevant erachteten Verteilung wird also nur von statistisch-methodischen Gegebenheiten beeinflußt und geschieht nicht als Implikation spezieller (wirtschafts)theoretischer Verhaltenshypothesen, eine Vorgehensweise, die Griliches treffend als "theoretical ad-hockery" bezeichnet.¹⁾

Eine Theorie verteilter Lags kann aber ohne eine solche ökonomische Fundierung nicht auskommen. Es ist zu vermuten, daß die Popularität der jetzt vorzustellenden Modelle darauf beruht, daß neben der durch ihre Einfachheit bestechenden Darstellungsmöglichkeit tatsächlich Verhaltensweisen plausibel sind, die solche Modelle implizieren.

1) Vgl. GRILICHES (1967), S. 43.

Das Erwartungsanpassungsmodell (adaptive expectation model), künftig abgekürzt mit A-E-Modell, wurde erstmals von Cagan bei der Untersuchung von Inflationserwartungen formuliert.¹⁾

Beispielhaft soll der Gedankengang an einer Angebotsfunktion für ein bestimmtes Gut auf einem Markt mit vollständiger Konkurrenz erläutert werden:

Es existiere eine Verhaltensgleichung, in der die in einer Periode angebotene Menge eines Gutes X_t linear von dem Preis abhängt, von dem die Anbieter meinen, daß er für die Periode gelten würde, also von dem für die Periode t erwarteten Preis P_t^e :

$$X_t = a_0 + a_1 P_t^e + \epsilon_t .$$

Da P_t^e im allgemeinen nicht beobachtbar ist - es sei denn, man führt etwa Unternehmerbefragungen durch -, muß man eine weitere Verhaltensannahme, nämlich eine Bestimmungsfunktion für den erwarteten Preis, unterstellen. Hierzu bietet sich ein einfacher Fehleranpassungsmechanismus an:

$$P_t^e - P_{t-1}^e = (1-\lambda) (P_t - P_{t-1}^e) , \quad 0 \leq \lambda < 1 .$$

P_t ist hierin der Preis, der zu Beginn der Periode und damit gleichzeitig am Ende der Vorperiode realisiert wurde. Die Preiserwartung für die laufende Periode wird dann korrigiert, wenn man nach Ablauf der Vorperiode eine Diskrepanz zwischen dem erwarteten Preis

1) Vgl. CAGAN (1956)

P_{t-1}^e und dem in dieser Periode tatsächlich realisierten Preis P_t feststellt. Wurde die Preisentwicklung in der Vergangenheit überschätzt ($P_t < P_{t-1}^e$), dann wird das Erwartungsniveau zurückgenommen, wurde die Preisentwicklung unterschätzt ($P_t > P_{t-1}^e$), wird für die laufende Periode ein höherer Preis als in der Vorperiode erwartet.

Wie groß die jeweilige Korrektur ist, hängt vom Anpassungsparameter λ ab: Je größer λ , desto weniger wird auf die tatsächliche Preisentwicklung Rücksicht genommen, je kleiner λ ist, desto empfindlicher reagieren die Anbieter auf Fehler in ihren Einschätzungen der Gegebenheiten der Vorperiode.

Diese Erwartungsanpassungshypothese impliziert eine geometrische Verteilung der Lag-Koeffizienten, auch Koyck-Verteilung genannt¹⁾; durch die Formulierung in Operatoren-Schreibweise und Umordnung erhält man nämlich:

$$P_t^e - LP_t^e = (1-\lambda)P_t - (1-\lambda)LP_t^e$$

$$(1-\lambda L)P_t^e = (1-\lambda)P_t$$

$$P_t^e = \frac{1-\lambda}{1-\lambda L} P_t = W(L)P_t$$

Die Funktion

$$(1.31) \quad W(L) = \frac{1-\lambda}{1-\lambda L} = (1-\lambda)(1+\lambda L+\lambda^2 L^2+\lambda^3 L^3+\dots)$$

1) KOYCK (1954) benutzt diese Verteilung zur Analyse des Investitionsverhaltens in verschiedenen amerikanischen Wirtschaftszweigen. Er hat sich als einer der ersten Autoren systematisch mit der Theorie verteilter Lags befaßt.

ist die Lag-erzeugende Funktion der geometrischen Lag-Verteilung. Aus ihr folgen sofort die Lag-Koeffizienten als geometrisch abnehmende Gewichte:

$$(1.32) \quad w_i = (1-\lambda)\lambda^i, \quad i=0,1,2,\dots$$

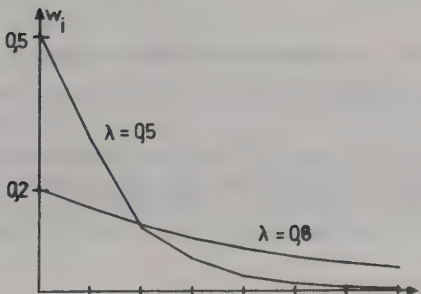
Die geometrische Lag-Verteilung wird somit durch einen einzigen Parameter, den Anpassungsparameter λ , beschrieben.

Das A-E-Modell präzisiert den erwarteten Preis als gewogenen Durchschnitt (mit geometrisch abnehmender Gewichtung) aller in der Vergangenheit realisierten Preise:

$$p_t^e = (1-\lambda)(p_t + \lambda p_{t-1} + \lambda^2 p_{t-2} + \dots)$$

Je größer λ ist, desto weniger stark nehmen die Gewichte ab, umso stärker werden weiter in der Vergangenheit zurückliegende Preise bei der Erwartungsbildung herangezogen.

Abb. 1.10: Geometrische Verteilungen mit unterschiedlichen λ

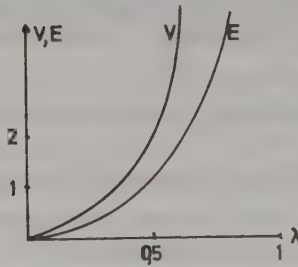


Durchschnittlicher Lag E und Varianz V der geometrischen Lag-Verteilung ergeben sich aus (1.15) und (1.16) sofort: ¹⁾

$$(1.33) \quad E = \frac{\lambda}{1-\lambda}$$

$$(1.34) \quad V = \frac{\lambda}{(1-\lambda)^2}$$

Abb. 1.11:



Je größer λ , umso stärker wird die Erwartungsbildung im Durchschnitt an der Vergangenheit ausgerichtet (großer Durchschnittslag) und ein umso breiteres Spektrum früherer Realisationen wird im Kalkül berücksichtigt (große Varianz).

Bei der durch das A-E-Modell beschriebenen Verhaltensweise resultiert das Vorhandensein einer Lag-Struktur

1) Wir wollen im weiteren Verlauf aus Vereinfachungsgründen den Durchschnittslag mit dem Symbol E und die Varianz mit dem Symbol V bezeichnen.

aus der Unsicherheit über die zukünftige Entwicklung und der damit notwendig gewordenen Extrapolation der vorhandenen Informationen.

Das A-E-Modell läßt sich in der Tat gut mit der statistischen Theorie der optimalen Voraussage in Einklang bringen: So haben zum Beispiel Muth¹⁾ und Nerlove und Wage²⁾ gezeigt, daß gleitende Durchschnitte mit geometrisch abnehmenden Gewichten optimale lineare Prädiktoren (Vorhersagen mit minimalem mittleren quadratischen Fehler) sind, wenn die erklärenden Variablen durch gewisse nicht-stationäre stochastische Prozesse erzeugt werden.³⁾⁴⁾

Durch Einsetzen der Bestimmungsgleichung für den erwarteten Preis in die Angebotsfunktion erhält man eine Hypothese, in der nur noch eine endliche Zahl beobachtbarer Größen vorkommt:

$$x_t = a_0 + a_1 \frac{1-\lambda}{1-\lambda L} p_t + \epsilon_t$$

und nach Multiplikation mit dem Nennerpolynom (ersten Grades) und Umordnung:⁵⁾

$$x_t = (1-\lambda)a_0 + (1-\lambda)a_1 p_t + \lambda x_{t-1} + \epsilon_t - \lambda \epsilon_{t-1}.$$

1) Vgl. MUTH (1960).

2) Vgl. NERLOVE, WAGE (1964).

3) Vgl. WOLTERS (1973), S. 12.

4) Zu der auf MUTH (1960) zurückgehenden Theorie der rationalen Erwartungen und Problemen im Zusammenhang mit der Schätzung solcher rationalen Erwartungen vgl. z.B. NELSON (1975).

5) Diese Umformung wird in der Literatur auch mit dem vielleicht etwas hochtrabenden Namen "Koyck-Transformation" belegt, vgl. etwa KMENTA (1971), S. 475.

In dieser autoregressiven Darstellung erhält man mit dem A-E-Modell die Abhängigkeit des Angebots vom realisierten Preis zu Beginn der Periode und von der in der vergangenen Periode angebotenen Menge. Die Gleichung enthält als erklärende Größen nur noch zwei beobachtbare Variablen und ist daher auch einer empirischen Überprüfung oder einer Analyse innerhalb dynamischer Marktmodelle zugänglich.

1.3.2.2. Das Modell der partiellen Anpassung (P-A-Modell)

Im Modell der partiellen Anpassung (partial adjustment model), künftig abgekürzt mit P-A-Modell, welches erstmals von Nerlove¹⁾ zur Untersuchung des Angebots- und Nachfrageverhaltens auf landwirtschaftlichen Märkten verwendet wurde, wird unterstellt, daß ein ganz bestimmter Wert der endogenen Variablen existiert, der etwa nach dem Kriterium der Gewinn- oder auch Nutzenmaximierung als optimal angesehen werden kann. So hänge beispielsweise die gewinnmaximale Ausbringungsmenge eines Gutes von dem am Markt realisierten Preis ab:

$$x_t^* = b_0 + b_1 p_t + \epsilon_t \quad .$$

Die laufende Produktion x_t kann aber, beispielsweise aufgrund technischer Gegebenheiten, nicht immer sofort an diesen optimalen Wert x_t^* angepaßt werden, es kann vielmehr innerhalb einer Periode jeweils nur eine

1) Vgl. NERLOVE (1958).

partielle Anpassung durchgeführt werden:

$$X_t - X_{t-1} = (1-\gamma)(X_t^* - X_{t-1}) \quad , \quad 0 \leq \gamma < 1 \quad .$$

Je kleiner γ , desto mehr kann von einer geplanten Produktionserweiterung ($X_t^* > X_{t-1}$) oder Produktionsreduktion ($X_t^* < X_{t-1}$) innerhalb einer Periode realisiert werden. Im Grenzfall $\gamma=0$ fällt die optimale mit der tatsächlichen Produktionsumstellung zusammen, die optimale Produktion entspricht dann immer der tatsächlichen.

Eine theoretische Begründung für die P-A-Hypothese läßt sich auf verblüffend einfache Art liefern:¹⁾

Einerseits entstehen den Anbietern durch die "Ungleichgewichtssituation" ($X_t \neq X_t^*$) Kosten (z.B. Opportunitätskosten in Form entgangener Gewinne, Kosten durch suboptimale Ausnutzung des vorhandenen Produktionspotentials o.ä.), andererseits verursacht aber eine Produktionserweiterung oder -reduktion ebenfalls Kosten (z.B. durch die Schaffung zusätzlicher Kapazitäten oder durch die Beachtung von Kündigungsfristen bei durch Produktionseinschränkungen bedingten Entlassungen), die umso größer sein werden, je schneller die Anpassung vollzogen werden soll.

Unter Verwendung einer quadratischen "Kostenfunktion" kann man also formulieren:

$$KO_t = a(X_t - X_t^*)^2 + b(X_t - X_{t-1})^2 \quad .$$

1) Vgl. GRILICHES (1967), S. 43.

Der erste Term auf der rechten Seite entspricht den "Ungleichgewichtskosten", der zweite repräsentiert die "Anpassungskosten". Ermittelt man jetzt für die laufende Periode diejenige Produktionsmenge X_t , die bei gegebenem optimalen Produktionsniveau X_t^* und gegebenen Produktionsverhältnissen, ausgedrückt durch X_{t-1} , die Kosten minimiert, erhält man:

$$\frac{d KO_t}{d X_t} \stackrel{!}{=} 0 = 2a(X_t - X_t^*) + 2b(X_t - X_{t-1})$$

bzw.

$$X_t - X_{t-1} = \frac{a}{a+b} (X_t^* - X_{t-1}) \quad .$$

Man erhält mit $(1-\gamma) = a/(a+b)$ die Hypothese der partiellen Anpassung. Die Produktionsumstellung innerhalb einer Periode ist umso größer, je größer die marginalen Ungleichgewichtskosten und/oder je kleiner die marginalen Anpassungskosten sind. Der Anpassungsparameter γ kann also mit Hilfe der Parameter der Kostenfunktion interpretiert werden.

In dem hier geschilderten Fall können vorwiegend technologische und institutionelle Gründe zur Erklärung des Phänomens der partiellen Anpassung herangezogen werden. In anderen Anwendungsfällen ist es aber durchaus auch möglich, etwa psychologische Gründe (z.B. Gewohnheiten) zur Begründung zu verwenden, wenn eine Anpassung an ein nutzenoptimales Niveau nicht sofort erfolgt.

Doch zurück zum Beispiel: Durch analoge Überlegungen zum A-E-Modell läßt sich die P-A-Hypothese umformen zu:

$$x_t = \frac{1-\gamma}{1-\gamma L} x_t^* ,$$

$$x_t = (1-\gamma) (x_t^* + \gamma x_{t-1}^* + \gamma^2 x_{t-2}^* + \dots) .$$

Das tatsächliche Angebot x_t kann als gewogener Durchschnitt aller zurückliegenden Werte des optimalen Angebots x_t^* , und zwar mit geometrisch abnehmenden Gewichten, aufgefaßt werden.

Die Berücksichtigung der Angebotshypothese in der Funktion der partiellen Anpassung liefert:

$$x_t = \frac{1-\gamma}{1-\gamma L} (b_0 + b_1 p_t + \epsilon_t)$$

und ausmultipliziert als autoregressive Form:

$$x_t = (1-\gamma)b_0 + (1-\gamma)b_1 p_t + \gamma x_{t-1} + (1-\gamma)\epsilon_t .$$

Das realisierte Angebot ist als Funktion vom Preis der laufenden Periode und vom Angebot der Vorperiode dargestellt, also in einer Form mit nur zwei erklärenden Größen, die wiederum empirischen Überprüfungen und der Analyse innerhalb dynamischer Marktmodelle zugänglich ist.

1.3.2.3. Gemeinsamkeiten und Unterschiede von A-E-Modell und P-A-Modell

Die beiden zuletzt besprochenen Modelle seien jetzt in etwas allgemeinerer Symbolik gefaßt, um Gemeinsamkeiten und Unterschiede besser herausarbeiten zu können.

Es seien:

y_t = tatsächlicher Wert der endogenen Variablen,

y_t^* = optimaler Wert der endogenen Variablen,

x_t = tatsächlicher Wert der erklärenden Größe,

x_t^* = erwarteter Wert der erklärenden Größe.

Dann lassen sich die beiden Modelle wie folgt formulieren:

A-E-Modell:

$$(1.35) \quad \begin{cases} y_t = a + bx_t^* + \varepsilon_t \\ x_t^* = \frac{1-\lambda}{1-\lambda L} x_t \end{cases} ,$$

P-A-Modell:

$$(1.36) \quad \begin{cases} y_t^* = a + bx_t + \varepsilon_t \\ y_t = \frac{1-\lambda}{1-\lambda L} y_t^* \end{cases} .$$

Für beide Modelle erhalten wir die autoregressive Form:

$$(1.37) \quad y_t = c + dx_t + ey_{t-1} + v_t .$$

Ohne zusätzliche Überlegungen über die Restwertprozesse ε_t lassen sich die Modelle (1.35) und (1.36) statistisch nicht voneinander unterscheiden. Erst durch weitere a priori-Annahmen, zum Beispiel über die Autokorrelation der ε_t , entsteht die Möglichkeit, die Modelle zu identifizieren.

Beim P-A-Modell führt die Koyck-Transformation zu dem Restwertprozeß:

$$v_t = (1-\lambda)\varepsilon_t$$

und somit bei der Annahme der seriellen Unkorreliertheit der ε_t zu dem Autokorrelationskoeffizienten erster Ordnung:

$$\rho = \frac{\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1})}{\text{Var}(\varepsilon_t)} = 0,$$

während das A-E-Modell:

$$v_t = \varepsilon_t - \lambda\varepsilon_{t-1}$$

und:

$$\rho = -\lambda/(1+\lambda^2)$$

liefert.¹⁾

Dies hat grundsätzliche Auswirkungen im Hinblick auf die Auswahl der Schätzmethode. Während beim P-A-Modell die Methode der kleinsten Quadrate wegen des Vorkommens der endogenen Lag-Variablen als erklärende Größe zwar keine erwartungstreuen, aber wenigstens noch konsistente Schätzvektoren liefert, ist die Minimalforderung der Konsistenz bei der Schätzung des A-E-Modells mit dieser Methode nicht mehr gegeben.²⁾ Die Wahl der geeigneten

1) Vgl. JOHNSTON (1972), S. 313.

2) Vgl. etwa STÖWE (1977), S. 338.

Schätzmethode hängt also vom unterstellten Modelltyp ab. Woher bekommt man aber die Informationen, welches Modell der zu untersuchenden Verhaltensweise am ehesten entspricht? Diese Antwort kann nur die ökonomische Theorie liefern.

Man betrachte hierzu die makroökonomische Konsumfunktion:

$$C_t = a_0 + a_1 Y_t + a_2 C_{t-1} + v_t$$

mit: C_t = privater Verbrauch,
 Y_t = privat verfügbares Einkommen.

Die Abhängigkeit des laufenden Konsums vom laufenden Einkommen und vom Konsum der Vorperiode wurde erstmals von Brown¹⁾ mit der "habit persistence"-Hypothese theoretisch begründet:

Danach sind auch die Lebensgewohnheiten der Vergangenheit neben dem Einkommen als Bestimmungsgründe für den Verbrauch heranzuziehen. Die Wirkungen der Lebensgewohnheiten auf den laufenden Konsum nehmen jedoch kontinuierlich ab, so daß die Verbrauchsgewohnheiten der Vorperiode den stärksten Einfluß auf den laufenden Konsum haben. Letztere werden am besten durch den Konsum der Vorperiode beschrieben.

Soweit die theoretische Fundierung von Brown. Eine Modifikation dieser Konsumhypothese (mit $a_0=0$) kann auch aus dem A-E-Modell gewonnen werden, wenn man die Theorie des "permanenten Einkommens" von Friedman²⁾ zum Zwecke der empirischen Überprüfung diskret formuliert.³⁾

1) Vgl. BROWN (1952), S. 370.

2) Vgl. FRIEDMAN (1957).

3) Vgl. z.B. ZELLNER, GEISEL (1970), S. 865 f.

Der tatsächliche Verbrauch C_t wird in einen permanenten und einen transitorischen Anteil aufgespalten. Der transitorische Konsum kann als Zufallsvariable mit dem Erwartungswert Null aufgefaßt werden, entspricht also dem Term ϵ_t in der Formulierung (1.35). Für den permanenten Konsum gilt die proportionale Beziehung:

$$C_{p,t} = k \cdot Y_{p,t} ,$$

wobei $Y_{p,t}$ das permanente Einkommen ist, also das Einkommen, das die Wirtschaftssubjekte als "normales" Einkommen erachten. Es ist somit interpretierbar als erwartete Größe x_t^* in (1.35).

Die Konsumfunktion ist dann:

$$C_t = C_{p,t} + \epsilon_t = k \cdot Y_{p,t} + \epsilon_t .$$

Gilt nun für das nicht beobachtbare permanente Einkommen die Hypothese:

$$Y_{p,t} = \frac{1-\lambda}{1-\lambda L} Y_t ,$$

so folgt daraus sofort:

$$C_t = a_1 Y_t + a_2 C_{t-1} + v_t$$

$$\text{mit } a_1 = k(1-\lambda), \quad a_2 = \lambda, \quad v_t = \epsilon_t - \lambda \epsilon_{t-1}.$$

Auf den ersten Blick scheint diese Formulierung der Konsumfunktion (bis auf das fehlende Absolutglied) mit der Konsumfunktion von Brown identisch zu sein.¹⁾ Wir meinen aber, daß es doch konzeptionelle Unter-

1) Auf diese Gemeinsamkeiten hat auch KLEIN (1958b) hingewiesen. Vgl. dazu auch FRIEDMAN (1958), S. 549.

schiede zwischen der Friedman'schen und der Brown'schen Vorgehensweise gibt, denn auch das P-A-Modell kann zur theoretischen Begründung der Konsumfunktion in der autoregressiven Form herangezogen werden.

Ist der optimale Konsum, also zum Beispiel der Konsum, den ein rational handelndes Wirtschaftssubjekt aufgrund seiner Nutzenstruktur hinsichtlich Konsum- und Sparentscheidungen anstreben müßte, eine Funktion des Einkommens der laufenden Periode, verursachen aber psychologische Gründe eine gewisse Trägheit bei der Anpassung an dieses optimale Niveau, so wird der jeweils optimale Konsum in jeder Periode nicht voll, sondern nur partiell erreicht, man kann schreiben:

$$C_t^* = a + bY_t + \epsilon_t ,$$

$$C_t = \frac{1-\lambda}{1-\lambda L} C_t^*$$

und erhält daraus sofort:

$$C_t = a_0 + a_1 Y_t + a_2 C_{t-1} + v_t$$

$$\text{mit } a_0 = a(1-\lambda), a_1 = b(1-\lambda), a_2 = \lambda, v_t = (1-\lambda)\epsilon_t.$$

Unseres Erachtens kommt der Ansatz mit dem P-A-Modell der theoretischen Fundierung von Brown eher entgegen als der von Friedman:

Bei der permanenten Einkommenshypothese und deren Verwendung in der Konsumtheorie ist die unvollkommene Voraussicht über eine Erwartungsgröße, das permanente Ein-

kommen, die Ursache für eine verteilte Lag-Struktur, während in der "habit persistence"-Version die psychologisch bedingte Trägheit (Konsumgewohnheiten) eine verzögerte Anpassung bedingt.

Man könnte nun den Standpunkt vertreten, daß diese Diskussion, welches Modell besser zur Beschreibung der Konsumhypothese geeignet sei, ein Streit um des Kaisers Bart sei, denn schließlich werde ja immer dieselbe autoregressive Form zur empirischen Überprüfung verwendet.

Diesem Argument muß aber entgegengehalten werden, daß, wie schon gezeigt, die statistischen Eigenschaften der jeweils verwendeten Schätzfunktion ganz entscheidend vom unterstellten Modelltyp abhängen.

Dagegen kann man aber auch Einwände vorbringen:

Die Methodenauswahl anhand statistischer Anforderungen (Konsistenz, Effizienz etc.) ist schon aus dem Grund problematisch, weil im allgemeinen nur die asymptotischen Eigenschaften von Schätzfunktionen mathematisch bestimmt werden können, diese aber bei ökonometrischen Untersuchungen mit in der Regel relativ kleinen Stichprobenumfängen nichts nützen. Außerdem kann in den meisten Fällen auf analytischem Weg nicht geklärt werden, wie sich die in den Daten häufig zu beobachtenden Phänomene Multikollinearität und Autokorrelation oder eine Modellfehlspezifikation (etwa, wenn eine modellendogene Variable fälschlich als exogen behandelt wird) auf die Schätzfunktionen auswirken.

Unserer Meinung nach bewegt sich die Lag-Forschung nicht in die richtige Richtung, wenn laufend neue und immer kompliziertere Schätzverfahren entwickelt werden, die - vielleicht nur für ganz bestimmte restriktive Modelltypen - nur unwesentlich bessere asymptotische Eigenschaften als bekannte einfache Verfahren aufweisen.

Viel sinnvoller erscheint es uns, die Lag-Forschung in zwei Richtungen voranzutreiben:

Zum einen sollte versucht werden zu klären, wohl am besten durch umfangreiche Simulationsstudien, ob nicht einfache Schätzmethoden, die zwar bei bestimmten Lag-Modelltypen "ungünstige" asymptotische Eigenschaften besitzen, bei kleineren Stichproben genauso brauchbare Ergebnisse liefern wie kompliziertere Methoden, die vielleicht nur im Hinblick auf einen bestimmten Modelltyp hin entwickelt wurden.

Zum anderen sollte die Theorie verteilter Lags in der Richtung weiterentwickelt werden, daß den Lag-Verteilungen eine bessere ökonomische Fundierung gegeben wird. Ansätze, beispielsweise in der "neuen Mikroökonomie" oder mit Hilfe der optimalen Kontrolltheorie zur Erklärung der Anpassungskosten¹⁾ sind sicherlich dazu geeignet, das Phänomen der Wirkungsverzögerungen besser zu durchdringen.

1) Einen Überblick hierzu gibt NERLOVE (1972).

1.3.2.4. Faltung von Koyck-Verteilungen

Die geometrische Lag-Verteilung bietet zwar den Vorteil einer wirtschaftstheoretischen Begründbarkeit, weist aber andererseits den Nachteil auf, daß die Gewichtungsfunktion monoton abnimmt, die größte Reaktion also immer zu Beginn der Reaktionszeit liegt. Nun kann man aber in vielen Anwendungsfällen, besonders wenn die Grundzeitperiode nicht lang ist (Quartale oder Monate), nicht mehr allein eine monoton fallende Funktion zulassen, sondern es müssen auch Gewichtungen zulässig sein, die eine zunächst steigende und dann fallende Lag-Struktur beinhalten. Solche Strukturen sind mit der geometrischen Lag-Verteilung nicht zu beschreiben, wohl aber durch die Faltung von Koyck-Verteilungen (vgl. 1.2.).

So hat insbesondere Solow¹⁾ vorgeschlagen, r geometrische Verteilungen mit demselben Parameter λ zu falten. Dies führt zur Pascal-Verteilung, deren Lag-erzeugende Funktion sich gemäß (1.20) und (1.31) ergibt:

$$(1.38) \quad W(L) = \frac{(1-\lambda)^r}{(1-\lambda L)^r} \quad .$$

Die Gewichtungsfunktion hat das Aussehen:

$$(1.39) \quad w_i = (1-\lambda)^r \binom{r+i-1}{i} \lambda^i, \quad i=0,1,2,\dots$$

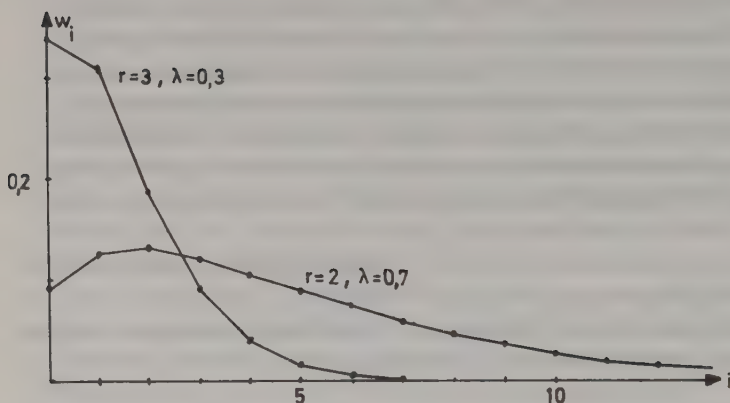
Für $\lambda r > 1$ ergibt sich eine Verteilung, die für Werte

1) Vgl. SOLOW (1960).

$$i < \frac{\lambda r - 1}{1 - \lambda}$$

ansteigende Koeffizienten und für größere Werte i fallende Gewichte beinhaltet. Für $\lambda r \leq 1$ liegen von Beginn an fallende Gewichte vor.¹⁾

Abb. 1.12: Pascal-Verteilungen mit unterschiedlichen r und λ



Für den durchschnittlichen Lag und die Varianz erhält man aus (1.20), (1.33) und (1.34):

$$(1.40) \quad E = \frac{r\lambda}{(1-\lambda)} ,$$

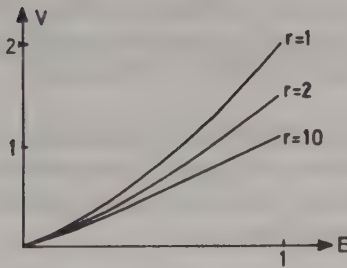
$$(1.41) \quad V = \frac{r\lambda}{(1-\lambda)^2} .$$

1) Vgl. STÖWE (1977), S. 37.

Durchschnittslag E und Varianz V sind umso größer, je größer λ und/oder r sind. Umgekehrt ist bei gegebenem durchschnittlichen Lag die Varianz umso kleiner, je größer r , die Anzahl der Zwischenstufen ist. Es gilt nämlich:

$$(1.41a) \quad V = E(1 + E/r)$$

Abb. 1.13:



Aus der Formulierung des Lag-Modells mit Pascal-verteilter Lag-Struktur:

$$(1.42) \quad y_t = b \frac{(1-\lambda)^r}{(1-\lambda L)^r} x_t + \epsilon_t$$

kommt man zu der autoregressiven Form:

$$(1.43) \quad (1-\lambda L)^r y_t = b(1-\lambda)^r x_t + (1-\lambda L)^r \epsilon_t$$

und speziell für $r=2$:

$$(1.44) \quad y_t = b(1-\lambda)^2 x_t + 2\lambda y_{t-1} - \lambda^2 y_{t-2} + v_t$$

$$\text{mit: } v_t = \varepsilon_t - 2\lambda \varepsilon_{t-1} + \lambda^2 \varepsilon_{t-2} \quad .$$

Eine Schätzung von (1.44), etwa mit der Methode der kleinsten Quadrate, wird, abgesehen von den Komplikationen, die durch den Restwertprozeß v_t verursacht werden, eine eindeutige Rückrechnung der beiden Parameter λ und b nicht erlauben, da hierfür Schätzwerte für drei Regressionskoeffizienten zur Verfügung stehen. Man kann sich in diesem Fall aber mit einem von Theil¹⁾ vorgeschlagenen zweistufigen Verfahren weiterhelfen.

Als Anwendungen von (1.44) seien hier die Arbeiten von Maddala und Rao²⁾ sowie von Chetty³⁾ genannt, die unter anderem die Lag-Struktur zwischen Kapitalbeschaffung und -verwendung untersuchten.

Nun ist zwar die Hintereinanderschaltung mehrerer geometrischer Lag-Strukturen auch ökonomisch durchaus plausibel, wenn man für die einzelnen Stufen etwa das P-A-Modell unterstellt, dabei kann man aber nicht unbedingt davon ausgehen, daß in jeder Phase die durchschnittliche Anpassungsdauer gleich lang ist. Bei der Faltung von r geometrischen Verteilungen mit unterschiedlichen Anpassungsparametern gelangt man zu einer Lag-Struktur mit der folgenden Lag-erzeugenden Funktion:

$$(1.45) \quad W(L) = \frac{\prod_{j=1}^r (1-\lambda_j)}{\prod_{j=1}^r (1-\lambda_j L)} \quad ,$$

1) Vgl. THEIL (1971), S. 267.

2) Vgl. MADDALA, RAO (1971).

3) Vgl. CHETTY (1971).

dem durchschnittlichen Lag:

$$(1.46) \quad E = \sum_{j=1}^r \frac{\lambda_j}{(1-\lambda_j)}$$

und der Varianz:

$$(1.47) \quad V = \sum_{j=1}^r \frac{\lambda_j}{(1-\lambda_j)^2} \quad .$$

Für $r=2$ erhält man die autoregressive Form:

$$(1.48) \quad Y_t = b(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)x_t + (\lambda_1+\lambda_2)Y_{t-1} - (\lambda_1\lambda_2)Y_{t-2} + v_t$$

mit:

$$v_t = \varepsilon_t - (\lambda_1+\lambda_2)\varepsilon_{t-1} + \lambda_1\lambda_2\varepsilon_{t-2} \quad .$$

Im Gegensatz zu (1.44) lassen sich der langfristige Koeffizient b und die Parameter der Lag-Struktur λ_1 und λ_2 jetzt direkt aus (1.48) schätzen, denn es stehen zu ihrer Berechnung auch drei Schätzwerte aus dem Regressionsansatz zur Verfügung. Allerdings ist die Identifikation von λ_1 und λ_2 nicht möglich, da beide Parameter symmetrisch in (1.48) eingehen. Es kann also auf statistischem Weg nicht geklärt werden, welche der beiden Stufen im Durchschnitt schneller durchlaufen wird.

An (1.48) kann man sich auch sehr einleuchtend die Problematik des Rückschlusses aus der geschätzten autoregressiven Form auf die zugrunde liegende Lag-Struktur klarmachen: Obwohl ja bei dem Regressionsansatz (1.48) eine Faltung von zwei geometrischen Verteilungen a priori angenommen wurde, lassen Koeffizientenschätzungen sehr

unterschiedliche Lag-Strukturen zu, selbst wenn die Standardfehler der Regressionskoeffizienten sehr klein sind. Dazu ein Beispiel:

Es sollen drei Lag-Strukturen miteinander verglichen werden, die sich nur im Schätzwert für den Regressionskoeffizienten bei Y_{t-2} in der autoregressiven Form (1.48) unterscheiden, zum Beispiel:

Für alle Strukturen gelte $\lambda_1 + \lambda_2 = 1,4$, dann erhält man mit:

Tab. 1.1:

	λ_1	λ_2	$\lambda_1 + \lambda_2$	$\lambda_1 \lambda_2$
(1)	0,5	0,9	1,4	0,45
(2)	0,6	0,8	1,4	0,48
(3)	0,7	0,7	1,4	0,49

Im Fall (3) handelt es sich um eine Pascal-Verteilung mit $r=2$ und $\lambda=0,7$.

Bekanntlich lassen sich die Lag-Koeffizienten aus der Lag-erzeugenden Funktion $W(L)$ gemäß (1.15) allgemein ermitteln. Liegen aber numerische Werte vor, so bietet ein anderes Verfahren einen einfacheren Lösungsweg zur Quantifizierung der Lag-Struktur, das anhand dieses Beispiels kurz beschrieben werden soll:

Die Lag-erzeugende Funktion hat das Aussehen:

$$W(L) = \frac{(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)}{(1-\lambda_1 L)(1-\lambda_2 L)} .$$

Multiplikation mit dem Nennerpolynom liefert:

$$(1-\lambda_1 L)(1-\lambda_2 L) \cdot W(L) = (1-\lambda_1)(1-\lambda_2)$$

$$\begin{aligned} \{1 - (\lambda_1 + \lambda_2)L + \lambda_1 \lambda_2 L^2\} \{w_0 + w_1 L + w_2 L^2 + \dots\} = \\ = (1-\lambda_1)(1-\lambda_2) \end{aligned}$$

oder:

$$\begin{aligned} & w_0 + \\ & \{w_1 - (\lambda_1 + \lambda_2)w_0\}L + \\ & \{w_2 - (\lambda_1 + \lambda_2)w_1 + \lambda_1 \lambda_2 w_0\}L^2 + \\ & \cdot \\ & + \\ & \cdot \\ & \{w_j - (\lambda_1 + \lambda_2)w_{j-1} + \lambda_1 \lambda_2 w_{j-2}\}L^j + \dots \\ & = (1-\lambda_1)(1-\lambda_2) . \end{aligned}$$

Durch Koeffizientenvergleich lassen sich die w_i sukzessiv ermitteln:¹⁾

1) Zu dieser "Methode der unbestimmten Koeffizienten" vgl. etwa KENKEL (1974), S. 144 ff.

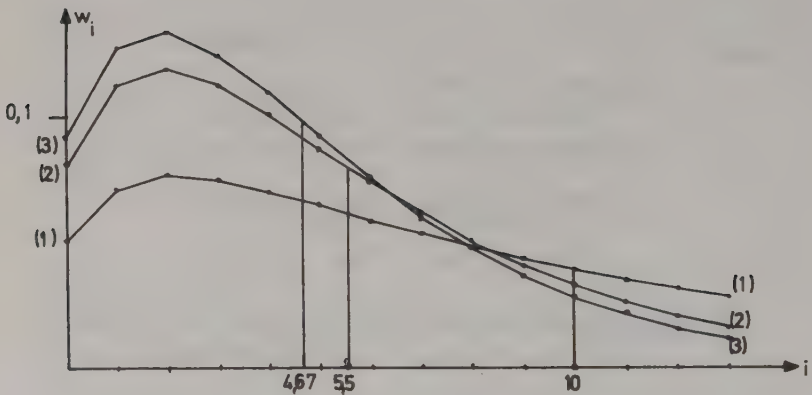
$$w_0 = (1-\lambda_1)(1-\lambda_2) \quad ,$$

$$w_1 = (\lambda_1 + \lambda_2)w_0 \quad ,$$

$$w_j = (\lambda_1 + \lambda_2)w_{j-1} - \lambda_1\lambda_2w_{j-2} \quad , \quad j=2,3,\dots$$

Für die drei Strukturen aus Tab. 1.1 ermittelt man damit:

Abb. 1.14:



Auch der durchschnittliche Lag und die Varianz variieren sehr stark:

Tab. 1.2:

	λ_1	λ_2	E	V
(1)	0,5	0,9	10	92
(2)	0,6	0,8	5,5	23,75
(3)	0,7	0,7	4,67	15,55

Diese drei sehr unterschiedlichen Strukturen resultieren einzig und allein aus einer geringen Variation eines Regressionskoeffizienten in (1.48) zwischen -0,45 und -0,49. Bedenkt man nun, daß durch das Phänomen der Multikollinearität, mit dem im Regressionsansatz (1.48) durch die gleichzeitige Verwendung von Y_{t-1} und Y_{t-2} als erklärende Variablen eigentlich immer zu rechnen ist, die wahren Parameter im allgemeinen nur sehr ungenau abgeschätzt werden können, so kann man sich die Schwierigkeiten vergegenwärtigen, die "wahre" Lag-Struktur aufgrund des statistischen Datenmaterials - und sei es auch nur annähernd - zu ermitteln.

1.3.3. Systematische Zusammenstellung der behandelten Lag-Modelle

Alle bisher diskutierten Lag-Modelle lassen sich anhand ihrer Lag-erzeugenden Funktionen in einer schematischen Übersicht darstellen:¹⁾

Tab. 1.3:

1) Vgl. STEEB (1977), S. 367.

Allgemeines Lag-Modell: $W(L) = c/V(L)$

Rationales Lag-Modell: $W(L) = U(L)/V(L)$

Endliches Lag-Modell: $W(L) = U(L)/d$

Unendliches Lag-Modell: $W(L) = c/V(L)$
 $\{V(L) \text{ hat beliebige Nullstellen}\}$

Faltung von

Koyck-Verteilungen
mit beliebigen λ

Pascal-Verteilung

$$W(L) = \prod_{j=1}^r \frac{(1-\lambda_j)}{(1-\lambda_j L)}$$

$$W(L) = \frac{(1-\lambda)^r}{(1-\lambda L)^r}$$

$\{V(L) \text{ hat } r \text{ reell-}$
verschiedene Null-
stellen $\lambda_j\}$

$\{V(L) \text{ hat } r \text{ reell-}$
gleiche Nullstellen $\lambda\}$

Geometrisches Lag-Modell

$$W(L) = \frac{(1-\lambda)}{(1-\lambda L)}$$

Arithmetisches
Lag-Modell

Gleich-
verteilung

Inverted V-
Verteilung

Almon-Lag-
Modell

Modelle mit ökonomischer Begründung

Modelle ohne ökonomische Begründung

Wie wir gesehen haben, lassen sich zwar aufgrund theoretischer Überlegungen (seien sie wirtschaftstheoretischer oder statistisch-methodischer Art) sehr leicht die unterschiedlichsten Lag-Strukturen entwickeln, der empirischen Analyse, also der Antwort auf die Frage, welche genau quantifizierte Lag-Struktur einer bestimmten ökonomischen Verhaltensweise zugrunde liegt, sind aber enge Grenzen gesetzt:

".. do not expect the data to give a clear-cut answer about the exact form of the lag. The world is not that benevolent. One should try to get more implications from theory about the correct form of the lag and impose it on the data. .. Finally, not all is hopeless, but to get better answers to such complicated questions we shall need better data and much larger samples."¹⁾

Wenn es nun aber mit solch großen Schwierigkeiten verbunden ist, exakte Aussagen über die Form des Lags zu treffen, so könnte man ja als Konsequenz daraus die Frage stellen, ob es nicht genügt, mit weniger Informationen über die Lag-Strukturen in Verhaltensrelationen auszukommen, also beispielsweise der Frage nachgehen, ob die Kenntnis einer durchschnittlichen Verzögerung ausreicht, um etwa das "Timing" wirtschaftspolitischer Maßnahmen erfolgreich zu gestalten.

Wir werden aber im nächsten Kapitel anhand bewußt einfach gehaltener Beispiele zeigen, warum es notwendig

1) GRILICHES (1967), S. 46.

ist, genaue Aussagen über die Form des Lags zu besitzen:

Das dynamische Verhalten ökonometrischer Modelle hängt nämlich, wie gezeigt werden wird, auch entscheidend von der Form der unterstellten Lag-Strukturen ab und nicht allein etwa vom durchschnittlichen Lag.

2. Zum Einfluß verteilter Lag-Strukturen in linearen Modellen

2.1. Die dynamischen Eigenschaften eines linearen ökonometrischen Modells

Bevor wir uns mit dem Einfluß spezieller Lag-Strukturen auf das dynamische Verhalten ökonometrischer Modelle anhand einfacher Beispiele beschäftigen wollen, bedarf es noch einer genaueren Beschreibung, von welchen Komponenten allgemein die dynamischen Eigenschaften beeinflußt werden, und wie diese Komponenten wiederum von den Lag-Strukturen abhängen. Dazu ist es notwendig, auf die formalen Darstellungsmöglichkeiten linearer ökonometrischer Modelle einzugehen.

Die strukturelle Form eines ökonometrischen Modells umfaßt in Gleichungsform die Beziehung aller im Modell vorkommenden ökonomischen Größen, in Matrix-Schreibweise darstellbar als:

$$(2.1) \quad \underline{A}_0^* \underline{y}_t^* = \underline{A}_1^* \underline{y}_{t-1}^* + \underline{A}_2^* \underline{y}_{t-2}^* + \dots + \underline{A}_p^* \underline{y}_{t-p}^* + \\ + \underline{B}_0^* \underline{z}_t^* + \underline{B}_1^* \underline{z}_{t-1}^* + \underline{B}_2^* \underline{z}_{t-2}^* + \dots + \underline{B}_q^* \underline{z}_{t-q}^* + \underline{e}_t^*$$

Dabei sind:

$\underline{y}^*$ der n-dimensionale Spaltenvektor der endogenen Variablen,

$\underline{z}^*$ der m-dimensionale Spaltenvektor der exogenen Variablen und

$\underline{e}^*$ der n-dimensionale Spaltenvektor der latenten Variablen.

Die Matrizen $\underline{A}_j^*$, $j=0,1,\dots,p$ und $\underline{B}_i^*$, $i=0,1,\dots,q$ haben die Dimensionen $n.n$ und $n.m$ und sind mit konstanten Koeffizienten besetzt. Die Zahl p (q) ist der maximale Lag, mit dem endogene (exogene) Variablen in das System eingehen. Die Vollständigkeit des Modells verlangt die Regularität von $\underline{A}_0^*$.

Formal handelt es sich bei (2.1) um ein lineares System von Differenzengleichungen p -ter Ordnung in $\underline{y}^*$ mit konstanten Koeffizienten.

Von der speziellen Ausgestaltung verteilter Lag-Hypothesen hängt es nun ab, wie diese in (2.1) Berücksichtigung finden:

Sind die erklärenden Größen einer Lag-Hypothese oder ein Teil dieser Größen in der autoregressiven Form einer Lag-Hypothese selbst endogene Variablen (also innerhalb des Modells erklärt), was in den meisten Anwendungsfällen zutreffen dürfte, so sind die quantitativen Beziehungen in den entsprechenden Koeffizienten der Matrizen $\underline{A}_j^*$, $j=0,1,2,\dots,p$ ausgedrückt, sind erklärende Größen exogen (also nicht innerhalb des Modells erklärt), so findet man die Beziehungen an den entsprechenden Stellen der Matrizen $\underline{B}_i^*$, $i=0,1,2,\dots,q$.

An (2.1) wird auch der Grund ersichtlich, warum man bei unendlichen Lag-Strukturen durch entsprechende Umformungen auf die jeweilige autoregressive Form - im allgemeinsten Fall der rational verteilten Lag-Struktur war dies die Form (1.23a) - zurückgreifen muß, denn nur dann kann der maximal vorkommende Lag auf p bzw. q begrenzt werden.

Das Differenzengleichungssystem (2.1) kann nun durch eine zeitliche Transformation der endogenen und exogenen Variablen in ein System von Differenzengleichungen erster Ordnung überführt werden: ¹⁾

$$(2.2) \quad \underline{A}_0 \underline{y}_t = \underline{A}_1 \underline{y}_{t-1} + \underline{B}_0 \underline{z}_t + \underline{e}_t$$

mit:

$$\underline{A}_0 = \begin{bmatrix} \underline{A}_0^* & \underline{0} & \dots & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{I} & \dots & \underline{0} \\ & & \ddots & \\ \underline{0} & \underline{0} & \dots & \underline{I} \end{bmatrix}, \quad \underline{y}_t = \begin{bmatrix} y_t^* \\ y_{t-1}^* \\ \vdots \\ y_{t-p-1}^* \end{bmatrix},$$

$$\underline{A}_1 = \begin{bmatrix} \underline{A}_1^* & \underline{A}_2^* & \dots & \underline{A}_p^* \\ \underline{I} & \underline{0} & \dots & \underline{0} \\ & & \ddots & \\ \underline{0} & \underline{0} & \dots & \underline{I} & \underline{0} \end{bmatrix}, \quad \underline{y}_{t-1} = \begin{bmatrix} y_{t-1}^* \\ y_{t-2}^* \\ \vdots \\ y_{t-p}^* \end{bmatrix},$$

$$\underline{B}_0 = \begin{bmatrix} \underline{B}_0^* & \underline{B}_1^* & \dots & \underline{B}_q^* \\ \underline{0} & \underline{0} & \dots & \underline{0} \\ & & \ddots & \\ \underline{0} & \underline{0} & \dots & \underline{0} \end{bmatrix}, \quad \underline{z}_t = \begin{bmatrix} z_t^* \\ z_{t-1}^* \\ \vdots \\ z_{t-q}^* \end{bmatrix}, \quad \underline{e}_t = \begin{bmatrix} e_t^* \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

1) Zu den mathematischen Aspekten einer solchen Transformation vgl. etwa FRAZER, DUNCAN, COLLAR (1952), S.160 ff.

Dabei sind $\underline{O}$ und $\underline{I}$ Null- bzw. Einheitsmatrizen mit solchen Dimensionen, daß die entsprechenden Vektormultiplikationen sinnvoll durchgeführt werden können.

Durch diese Transformation erhält man ein System von $p \cdot n$ Differenzengleichungen. In praktischen Anwendungsfällen werden aber nicht alle endogenen Variablen mit der größten zeitlichen Verzögerung auftreten, so daß in den Vektoren $\underline{y}_{t-1}^*$ diese Variablen weggelassen werden können, das System reduziert sich dann um die entsprechende Anzahl von Gleichungen.

Die Transformation auf ein System von Differenzengleichungen erster Ordnung hat den Vorteil einer formal erheblich einfacheren Analysemöglichkeit von (2.2) gegenüber (2.1).

Will man Aussagen über den zeitlichen Verlauf der endogenen Variablen machen, so muß man die strukturelle Form (2.2) weiter umformen, denn aufgrund der bestehenden Interdependenzen, repräsentiert durch die Matrix $\underline{A}_0$, ist es nicht möglich, die Veränderung einer endogenen Variablen nach einer exogenen Störung des Systems direkt aus (2.2) abzulesen.

Dazu benötigt man die reduzierte Form des Modells (2.2), die man durch Multiplikation mit $\underline{A}_0^{-1}$ von links erhält: ¹⁾

$$(2.3) \quad \underline{y}_t = \underline{A} \underline{y}_{t-1} + \underline{B} \underline{z}_t + \underline{v}_t$$

$$\text{mit: } \underline{A} = \underline{A}_0^{-1} \underline{A}_1, \quad \underline{B} = \underline{A}_0^{-1} \underline{B}_0, \quad \underline{v}_t = \underline{A}_0^{-1} \underline{e}_t.$$

1) Wegen der Regularität von $\underline{A}_0^*$ ist auch $\underline{A}_0$ invertierbar.

In der reduzierten Form ist jede endogene Variable in Abhängigkeit von den endogenen Variablen der Vorperiode und den exogenen Variablen ausgedrückt. Mithilfe der reduzierten Form können Aussagen über das kurzfristige Verhalten des Modells gemacht werden, denn über die Multiplikatormatrix $\underline{B}$ kann der Effekt einer Änderung der exogenen Variablen auf die endogenen Variablen in derselben Periode quantifiziert werden. Die Koeffizienten von $\underline{B}$ heißen "impact multipliers" ¹⁾, in ihnen ist auch über die Systeminterdependenz der Zusammenhang zu den kurzfristigen Reaktionskoeffizienten der verteilten Lag-Strukturen, also b_0 aus (1.3) bzw. w_0 aus (1.6) hergestellt.

Über die langfristige Entwicklung kann aber aufgrund der alleinigen Kenntnis der exogenen Variablen noch keine Aussage gemacht werden, da y_t in jeder Periode noch von den eigenen Vorperiodenwerten y_{t-1} abhängt.

Um den Zeitpfad der y_t explizit bestimmen zu können, setzt man rekursiv y_s für $s = t-1, t-2, \dots, 2, 1$ in (2.3) ein:

$$(2.4) \quad y_t = \underline{A}^t y_0 + \sum_{s=0}^{t-1} \underline{A}^s \underline{B} z_{t-s} + \sum_{s=0}^{t-1} \underline{A}^s v_{t-s}.$$

Dabei ist y_0 der Vektor der endogenen Variablen in $t=0$.

Das dynamische Verhalten des Systems wird von drei Komponenten geprägt: ²⁾

einer "endogenen" Komponente:

$$\underline{A}^t y_0,$$

1) Die hier verwendete Multiplikator-Terminologie stammt von GOLDBERGER (1959).

2) Vgl. hierzu auch KENKEL (1974), S.325 ff.

einer "exogenen" Komponente:

$$\sum_{s=0}^{t-1} \underline{A}^s \underline{B} z_{t-s}$$

und einer "stochastischen" Komponente:

$$\sum_{s=0}^{t-1} \underline{A}^s \underline{v}_{t-s} \quad .$$

Dabei darf man allerdings die Trennung in "endogene" und "exogene" Komponente nicht so interpretieren, daß nur die endogene Komponente aus dem Modell heraus bestimmt wird und die exogene quasi von außen aufgepfropft wird, vielmehr kommt im endogenen Term der Beitrag des Anfangszustands des Systems zum Ausdruck und in der exogenen Komponente die endogene Entwicklung des Systems bei gegebenen Werten $\underline{z}_t$, $t = 1, 2, \dots$

Der Beitrag der endogenen Komponente, also des Anfangszustands des Systems, zum Zeitpfad von $\underline{y}_t$ hängt von den Eigenwerten der Matrix $\underline{A}$ ab:

Sind alle Eigenwerte dem Betrage nach kleiner als Eins, so konvergiert für $t \rightarrow \infty$ $\underline{A}^t$ gegen $\underline{0}$. Nur in diesem Fall ist es möglich, daß das System nach einer exogenen Störung einen neuen Gleichgewichtszustand erreicht. Formal kann dann (2.4) in die "finale Form" überführt werden: ¹⁾

$$(2.4a) \quad \underline{y}_t = \sum_{s=0}^{\infty} \underline{A}^s \underline{B} z_{t-s} + \sum_{s=0}^{\infty} \underline{A}^s \underline{v}_{t-s}$$

1) Das Konzept der "finalen Form" eines ökonometrischen Modells geht auf THEIL, BOOT (1962) zurück.

Die exogene Komponente beschreibt den Beitrag der exogenen Variablen zum Zeitpfad der endogenen Variablen. Darin ist y_t als Linearkombination aller Vergangenheitswerte von z dargestellt. Dieser Term kann auch zur Kennzeichnung der Gleichgewichtslösung des Systems verwendet werden. Unterstellen wir den einfachsten Fall eines stationären Gleichgewichts: Dies tritt dann ein, wenn:

$$z_t = z_{t+1} = \dots = \bar{z}$$

gilt, also die exogenen Variablen einen stationären Wert annehmen. Ist das System stabil, geht die endogene Komponente gegen Null, und die exogene Komponente wird zu:

$$\begin{aligned} \sum_{s=0}^{\infty} \underline{A}^s \underline{B} \bar{z} &= (\underline{I} + \underline{A} + \underline{A}^2 + \dots) \underline{B} \bar{z} = \\ &= (\underline{I} - \underline{A})^{-1} \underline{B} \bar{z} \quad . \quad 1) 2) \end{aligned}$$

Der zuletzt gewonnene Ausdruck beschreibt, in welcher Weise die Gleichgewichtswerte eines stationären Gleichgewichts $\bar{y}$ von den exogenen Werten $\bar{z}$ abhängen.

Um jedoch den Beitrag der exogenen Komponente zu jedem Zeitpunkt t bei beliebigen Werten z bestimmen zu können, genügt nicht allein die Kenntnis der Matrizen $\underline{B}$, $\underline{AB}$, $\underline{A}^2 \underline{B}$, ..., sondern man muß auch spezielle Werte

1) Die Koeffizienten der Matrizen $\underline{AB}$, $\underline{A}^2 \underline{B}$, $\underline{A}^3 \underline{B}$, ... usw. heißen "interim multipliers", die Koeffizienten der Matrix $(\underline{I} - \underline{A})^{-1} \underline{B}$ sind die "total multipliers".
Zur ausführlichen Diskussion der Multiplikatoren vgl. z.B. THEIL (1971), S.463 ff.

2) Die Existenz der Inversen von $(\underline{I} - \underline{A})$ ist dann gesichert, wenn keine Eigenwerte von $\underline{A}$ vorkommen, die genau gleich Eins sind. In praktischen Anwendungsfällen (Schätzungen) wird dies nur mit Wahrscheinlichkeit Null der Fall sein.

$\underline{z}_t, \underline{z}_{t-1}, \underline{z}_{t-2}, \dots$ angeben.

Bei unserer Fragestellung geht es aber darum, die Auswirkungen unterschiedlicher Lag-Strukturen auf das dynamische Verhalten festzustellen, und diese drücken sich nur in alternativen Koeffizientenmatrizen A und B aus. Um den Effekt der Lag-Struktur klar herausarbeiten zu können, müssen wir also die Ceteris-paribus-Klausel in Bezug auf den exogenen Vektor z anwenden.

Aus einem anderen Grund müssen wir auch auf die Analyse der stochastischen Komponente verzichten: Zwar hat die Lag-Struktur via A Einfluß auf das Aussehen des stochastischen Terms, um die dynamischen Eigenschaften dieser stochastischen Komponente bestimmen zu können, sind aber spezielle Annahmen über die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der $\underline{v}_t, \underline{v}_{t-1}, \dots$ zu treffen.

Oft fordert man beispielsweise die stochastische Unabhängigkeit der Vektoren v zu verschiedenen Zeitpunkten. Nun wird aber eine solche Unabhängigkeit in Modellen mit verteilten Lag-Hypothesen kaum gegeben sein, denken wir zum Beispiel nur an den Restwertprozeß beim A-E-Modell. Bei Aufgabe der seriellen Unabhängigkeitshypothese der $\underline{v}_t$ dürfte aber die analytische Beschreibung des Restwertprozesses der finalen Form recht schwierig, wenn nicht sogar unmöglich sein. Man wird dann wohl nur durch stochastische Simulationen zu Aussagen über zyklische Eigenschaften des stochastischen Terms gelangen.

Wir wollen uns daher im weiteren Verlauf nur mit den Auswirkungen der Lag-Strukturen auf den deterministischen Lösungsteil von (2.4) beschäftigen und gleich-

zeitig die Untersuchungen auf stationäre Zeitpfade der exogenen Variablen, hier gleichbedeutend mit konstanten Werten $\bar{z}$ nach einer Störung in $t=1$ begrenzen.

Berücksichtigt man diese beiden Einschränkungen, so gilt:

$$(2.5) \quad y_t = \underline{A}^t y_0 + \left(\sum_{s=0}^{t-1} \underline{A}^s \right) \underline{B} \bar{z} .$$

Schreibt man den zweiten Term auf der rechten Seite etwas anders

$$y_t = \underline{A}^t y_0 + (\underline{I} - \underline{A}^t) (\underline{I} - \underline{A})^{-1} \underline{B} \bar{z}$$

und ordnet um, erhält man:

$$(2.6) \quad y_t = \underline{A}^t \{ y_0 - (\underline{I} - \underline{A})^{-1} \underline{B} \bar{z} \} + (\underline{I} - \underline{A})^{-1} \underline{B} \bar{z} .$$

Somit setzt sich der Vektor y_t additiv zusammen aus einer partikulären Lösung, der stationären Gleichgewichtslösung

$$(\underline{I} - \underline{A})^{-1} \underline{B} \bar{z}$$

und der homogenen Lösung, wobei der Term

$$y_0 - (\underline{I} - \underline{A})^{-1} \underline{B} \bar{z}$$

als Anfangsbedingung die Abweichung des Vektors der endogenen Variablen vom Gleichgewichtsvektor im Zeitpunkt $t=0$ beschreibt.

An (2.6) erkennt man wiederum, daß y_t für $t \rightarrow \infty$ dann und

nur dann gegen die Gleichgewichtslösung konvergiert, wenn

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \underline{A}^t = \underline{0}$$

gilt.

Die Bewegungen von $\underline{y}_t$ hängen vom Aussehen der Eigenwerte von $\underline{A}$ ab:

Jeder reelle **positive** Eigenwert induziert eine monotone Entwicklung, jeder reelle negative Eigenwert bewirkt eine Entwicklung mit von Periode zu Periode wechselndem Vorzeichen, jedes Paar konjugiert-komplexer Eigenwerte erzeugt zyklische Bewegungen. Die langfristige Entwicklung des Pfades hängt im speziellen Anwendungsfall davon ab, ob der betragsmäßig größte Eigenwert reell oder komplex ist.

Im weiteren Verlauf soll nun anhand bewußt einfach gehaltener Beispiele untersucht werden, ob und wie unterschiedliche Lag-Strukturen

1. die Gleichgewichtslösung in (2.6) beeinflussen,
2. auf den homogenen Lösungsteil, insbesondere auf die Eigenwerte der Matrix $\underline{A}$, einwirken.

Dabei wollen wir die Frage nach der Stabilität eines Systems mit der Frage nach der Geschwindigkeit der Konvergenz bzw. Divergenz gleichsetzen: Ein System ist dann in unserem Sinne umso stabiler, je schneller es zum Gleichgewicht konvergiert. ¹⁾

1) Dabei müssen wir uns allerdings bewußt sein, daß man diese Betrachtungsweise auch als etwas einseitig auffassen kann, besonders wenn man zyklische Entwicklungen beobachtet. Dort könnte man zusätzlich etwa eine Frequenzdämpfung (Zyklusverlängerung) als Verstetigung der Entwicklung und damit als stabilisierendes Element auffassen. Vgl. hierzu etwa LAVEN (1977), S.254.

2.2. Unterschiedliche Lag-Strukturen in einem einfachen makroökonomischen Modell

2.2.1. Darstellung des Modells

Wir wollen zur Überprüfung des Einflusses unterschiedlicher Lag-Strukturen ein ganz einfaches reales Gütermarkt-Modell einer geschlossenen Volkswirtschaft ohne staatliche Aktivität betrachten, das aus zwei Verhaltensgleichungen und zwei Definitionen besteht:

$$\begin{aligned} C_t &= c \cdot LY_t & , 0 < c < 1 \\ K_t &= k \cdot W(L) \cdot LY_t & , k > 0 \\ (2.7) \quad Y_t &= C_t + I_t + A_t \\ I_t &= K_t - LK_t \end{aligned}$$

Dabei bedeuten: C = Konsum

Y = Volkseinkommen = Output

K = Kapitalstock

I = Investitionen

A = autonome Ausgaben.

Die Verhaltensgleichungen sind ohne Absolutglieder formuliert, diese kann man sich im Term A_t der Bilanzgleichung für das Volkseinkommen zusammengezogen denken.

Da wir in diesem Modell auch von Abschreibungen absehen, sind Brutto- und Nettoinvestitionen identisch und als Zuwachs zum Kapitalstock definiert.

Für die Konsumgüternachfrage wählen wir die einfachste dynamische Relation und beschränken den Ansatz einer verteilten Lag-Hypothese auf die Bestimmungsgleichung für den Kapitalstock, um die Implikationen unterschiedlicher Lag-Strukturen möglichst rein herausarbeiten zu können.

Natürlich erhebt das Modell keinen Anspruch darauf, etwa als "Konjunkturtheorie" betrachtet zu werden, dazu sind die Gegebenheiten der Realität viel zu komplex, um in einem so einfachen Modell auch nur annähernd beschrieben werden zu können. Jedoch läßt die Tatsache, daß sich praktisch alle konjunkturtheoretischen Konzepte mit der Rolle der Investitionen als "Cyclemaker" befassen, es legitim erscheinen, unterschiedliche Lags anhand einer in der Literatur sehr gebräuchlichen Investitionshypothese zu untersuchen. Die etwas unübliche Darstellungsweise (Kapitalstockgleichung statt Investitionsfunktion) hat, wie später noch zu sehen ist, nur formale Gründe.

Eine theoretische Begründung für die Bestimmungsgleichung des Kapitalstocks ist auf verschiedene Arten möglich:

Man kann sich einmal vorstellen, daß ein bestimmter Kapitalbestand existiert, bei dem die laufende Produktion effizient erfolgt und der in einem festen proportionalen Verhältnis k (= optimaler Kapitalkoeffizient) zur Produktion steht (z.B. bei Limitationalität der Produktionsfunktion oder kurzfristig bei gegebenem technischen Wissensstand und festem Arbeitseinsatz).

Die Unternehmer investieren nun in jeder Periode soviel, daß dieser optimale Kapitalbestand genau erreicht wird. Zu Beginn der Periode bestehen aber Unsicherheiten über die erwartete Produktion, die den Investitionsplänen zugrunde gelegt werden muß. Setzt man hier eine Erwartungsbildungshypothese ein, etwa in allgemeinsten Form als gewogenes Mittel aller Vergangenheitswerte der Produktion, so kommt man zu einem verteilten Lag zwischen Kapitalstock und Einkommen:

$$K_t = k \cdot Y_t^e$$

$$Y_t^e = w_0 Y_{t-1} + w_1 Y_{t-2} + \dots = W(L) \cdot LY_t$$

also: $K_t = k \cdot W(L) \cdot LY_t$.

Es ist aber auch möglich, daß aufgrund technischer Restriktionen die Anpassung des tatsächlichen an den optimalen Kapitalstock nicht in jeder Periode voll durchgeführt werden kann, so daß daraus ebenfalls ein verteilter Lag zwischen Kapitalstock und Einkommen resultiert.

Der verteilte Lag kann auch durch eine Faltung mehrerer Lag-Verteilungen entstanden sein, wenn man sich den Investitionsprozeß in mehrere Stufen zerlegt denkt.

Spezifizieren wir nun die Lag-erzeugende Funktion $W(L)$ für die weiteren Analysen genauer, und zwar mit den im Abschnitt 1.3.2. behandelten Lag-Modellen mit ökonomischer Begründung:

Mit der Lag-erzeugenden Funktion der geometrischen Ver-

teilung gelangt man nach Umformung zur Kapitalstock-anpassungshypothese ("stock adjustment model"), künftig mit KSA abgekürzt:

$$K_t = (1-\lambda)kY_{t-1} + \lambda K_{t-1}$$

bzw. $I_t = K_t - K_{t-1} = (1-\lambda)(kY_{t-1} - K_{t-1})$,

die auch flexible Akzelerator-Hypothese genannt wird.¹⁾

Als Spezialfall für $\lambda=0$ ist die "klassische" Akzelerator-Hypothese:

$$K_t = k \cdot Y_{t-1}$$

bzw. $I_t = k(Y_{t-1} - Y_{t-2})$,

wie Hicks sie in seinem "contribution" verwendet²⁾, eingeschlossen.

Der Kritikpunkt an dieser "naiven" Version, daß jede Nachfrageänderung zwangsläufig zu Investitionen führt, unabhängig davon, ob eine Produktionssteigerung zur Befriedigung der Nachfrage nicht auch durch Ausnutzung bisher ungenutzter Produktionskapazitäten erfolgen könnte, wird durch die Verwendung des flexiblen Akzelerator-Prinzips insoweit ausgeräumt, als die Investitionen nun ceteris paribus umso niedriger sind, je größer der bereits bestehende Kapitalstock ist.

Die KSA-Hypothese kann im Zusammenhang mit dem Modell (2.7) somit als Erweiterung des Multiplikator-Akzelerator-Prinzips angesehen werden.

1) Vgl. EVANS (1969), S. 80 ff. Eine ausführliche Diskussion dieser und verwandter Hypothesen findet man bei STEGER (1977), S. 46 ff.

2) Vgl. HICKS (1950), S. 37 ff.

2.2.2. Modell mit geometrischer Lag-Struktur

Betrachten wir zunächst die KSA-Hypothese

$$K_t = k \frac{1-\lambda}{1-\lambda L} LY_t \quad .$$

Verwenden wir die autoregressive Form dieser Gleichung

$$K_t = k(1-\lambda)Y_{t-1} + \lambda K_{t-1}$$

im Ausgangsmodell (2.7), so gelangen wir nach entsprechender Umordnung zu dem System:

$$(2.8) \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_t \\ C_t \\ I_t \\ K_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ k(1-\lambda) & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1} \\ C_{t-1} \\ I_{t-1} \\ K_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} A_t$$

Man kann nun diese strukturelle Form in die reduzierte Form überführen und diese als inhomogenes Differenzengleichungssystem lösen. Wir wollen vorher aber noch eine Umformung vornehmen, die die späteren Analysen vereinfachen werden.

An der Koeffizientenmatrix der verzögerten endogenen Variablen wird ersichtlich, daß die Variablen C und I nicht mit verzögerten Werten im System auftreten, so daß durch direktes Einsetzen der Bestimmungsgleichungen für C und I in diejenigen für Y und K ein Differenzengleichungssystem in Y und K gewonnen werden kann.

Man erhält:

$$(2.9) \quad \begin{bmatrix} Y_t \\ K_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c+(1-\lambda)k & -(1-\lambda) \\ (1-\lambda)k & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1} \\ K_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_t \end{bmatrix}$$

$$\text{bzw.} \quad Y_t = \underline{A} Y_{t-1} + \underline{B} A_t$$

Eine partikuläre Lösung dieses Systems findet man bei unterstellter Konstanz der exogenen Variablen $A_t = \bar{A}$:

$$(2.10) \quad \begin{bmatrix} \bar{Y} \\ \bar{K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/(1-c) \\ k/(1-c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A} \end{bmatrix}$$

Für das Einkommen erhält man als Gleichgewichtswert den bekannten Keynesianischen Ausgabenmultiplikator, der umso größer ist, je kleiner die marginale Sparquote $(1-c)$ ist.

Da der optimale Kapitalbestand im festen Verhältnis zum Einkommen steht und nach erfolgter Anpassung (neuer Gleichgewichtszustand) der tatsächliche und der optimale Kapitalstock übereinstimmen, muß der Gleichgewichtswert von K genau das k -fache des gleichgewichtigen Einkommens betragen.

Zwar kann man die Gleichgewichtslösungen der beiden anderen endogenen Variablen C und I aus dem zu zwei Gleichungen reduzierten System (2.9) nicht direkt ermitteln, wohl aber auf dem Umweg über das Ausgangsmodell (2.8) :

Im stationären Gleichgewicht beträgt der Konsum das

c-fache des Einkommens, also

$$\bar{C} = c/(1-c) \bar{A} .$$

Da der Kapitalstock in der stationären Lösung einen konstanten Wert annimmt, sind die gleichgewichtigen Investitionen als Änderung des Kapitalstocks gleich Null.

In den Gleichgewichtswerten taucht der Parameter λ , der die Lag-Struktur repräsentiert, nicht auf, die Gleichgewichtswerte sind unabhängig von der jeweiligen Lag-Verteilung. Dies ist auch unmittelbar einsichtig, denn in der Gleichgewichtsposition kommt ja nur zum Ausdruck, zu welchen Werten - unter der Voraussetzung einer stabilen Entwicklung - das System langfristig tendiert. Diese Werte können natürlich nur von den langfristigen Reaktionskoeffizienten (hier c und k) abhängen und nicht von Parametern, die nur über den Anpassungsverlauf in Ungleichgewichtssituationen (also Parameter, die die Lag-Struktur beschreiben) Auskunft geben.

Die Lag-Struktur hat hingegen einen bedeutenden Einfluß auf die Stabilität des Gleichgewichts.

Damit Stabilität des Systems garantiert ist, müssen die Eigenwerte der Matrix $\underline{A}$ dem Betrage nach kleiner Eins sein. Für unseren Anwendungsfall lassen sich diese durch Expansion der Determinante

$$\left| \underline{I} - x \cdot \underline{A} \right|$$

als Nullstellen eines Polynoms zweiten Grades ermitteln:

$$(2.11) \quad x^2 - \{c+(1-\lambda)k+\lambda\}x + \{\lambda c+(1-\lambda)k\} = 0 \quad .$$

Wendet man auf diese Gleichung die üblichen Stabilitätsbedingungen an¹⁾, erhält man als notwendige und hinreichende Bedingung für eine stabile Entwicklung bei den ökonomisch zulässigen Werten $k > 0$ und $0 < c < 1$ durch entsprechende Umformungen die Ungleichung:

$$\lambda c + (1-\lambda)k < 1$$

bzw.

$$(2.12) \quad c < 1/\lambda - (1-\lambda)k/\lambda$$

Bei gegebenem Wert λ erhält man das bekannte Ergebnis, daß das Modell umso eher zur Instabilität neigt, je größer c und/oder k sind.

Die Konsumgüternachfrage reagiert nach einer exogenen Störung, sagen wir einer autonomen Ausgabenerhöhung, auf das dadurch gestiegene Einkommen umso stärker, je größer die marginale Konsumquote ist. Andererseits ist die Investitionsgüternachfrage (Kapitalstockänderung) umso größer, je empfindlicher der optimale Kapitalstock vom Einkommen beeinflusst wird, je größer also k ist. Je intensiver aber Konsum- und Investitionsgüternachfrage reagieren, desto eher ist es wahrscheinlich, daß die dadurch induzierte Einkommensänderung die Diskrepanz zwischen optimalem und tatsächlichem Kapitalstock nicht verringert, sondern sogar noch vergrößert und dieser kumulative Effekt eine Entwicklung vom Gleichgewicht weg verursacht (instabile Entwicklung).

1) Vgl. z.B. GANDOLFO (1972), S. 56.

Die Stabilitätsbedingung (2.12) läßt sich auch ausdrücken als:

$$(2.13) \quad \lambda > \frac{k-1}{k-c}$$

bzw. mit Hilfe des Durchschnittslags E der geometrischen Verteilung (1.33):

$$(2.14) \quad E > \frac{k-1}{1-c} .$$

Je größer ceteris paribus die durchschnittliche Anpassungsdauer E ist, desto eher ist eine stabile Entwicklung zu erwarten. Bei einem großen durchschnittlichen Lag wird in jeder Periode die Anpassung des tatsächlichen an den optimalen Kapitalstock nicht so sehr vorangetrieben wie bei einer schnelleren Anpassung, so daß die oben beschriebenen kumulierenden Effekte der investitionsinduzierten Einkommensänderungen weniger als bei einem kurzen Durchschnittslag zu erwarten sind.

Diese stabilisierende Wirkung könnte aber auch mit der Zunahme der Varianz V der Lag-Verteilung bei Vergrößerung von E zusammenhängen, denn dann wird die gesamte Reaktion über einen größeren Zeitraum verteilt.

Welcher der Effekte nun ursächlich für die Stabilisierung verantwortlich ist, kann bei einer geometrischen Lag-Verteilung nicht geklärt werden, da E und V gemäß (1.41a) in einem eindeutigen funktionalen Zusammenhang stehen. Um diese Effekte auseinander halten zu können, muß man zu flexibleren Lag-Strukturen übergehen (vgl. 2.2.5.)

Wir wollen aber zunächst den Fall der geometrischen Lag-Verteilung weiter analysieren.

Setzt man beispielsweise $c=0,6$ und $k=2$ an, so ist das System dann stabil, wenn der durchschnittliche Lag länger als 2,5 Perioden ist. Bei $k=3$ muß die durchschnittliche Anpassung schon mindestens fünf Perioden betragen, um noch Stabilität zu ermöglichen.

Als "Spezialfall" ist in diesem Modell die "klassische" Akzelerator-Hypothese bei $\lambda=0$ enthalten. Da in diesem Fall auch $E=0$ gilt, ist das System dann instabil, wenn $k>1$ ist, also der bekannte "Hicks"-Fall.

Zu zyklischen Bewegungen kommt es, wenn gilt:

$$(2.15) \quad \{c+(1-\lambda)k+\lambda\}^2 < 4\{\lambda c+(1-\lambda)k\}$$

Diese Ungleichung ist äquivalent zu:

$$(2.16) \quad \{(1-\lambda)k+(1-\lambda)-(1-c)\}^2 < 4(1-\lambda)^2 k$$

Für ökonomisch zulässige Werte $k>0$ und $0<c<1$ ergibt sich hieraus:

$$(2.17) \quad \lambda > 1 - \frac{(1-c)}{(1-\sqrt{k})^2}$$

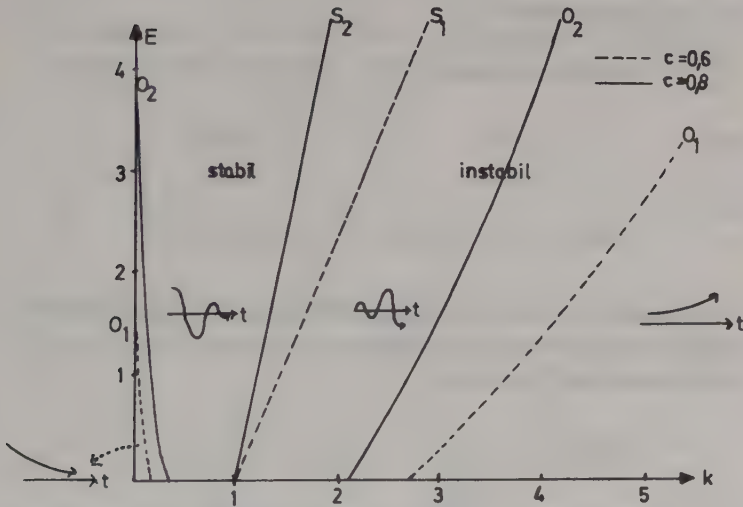
bzw. wegen (1.33):

$$(2.18) \quad E > \frac{(1-\sqrt{k})^2}{1-c} - 1$$

Je größer der durchschnittliche Lag ist, desto eher ist ceteris paribus eine zyklische Entwicklung zu erwarten.

Für $c=0,6$ und $c=0,8$ sind die Abgrenzungen zwischen monotoner und oszillierender (2.18) bzw. stabiler und instabiler (2.14) Entwicklung dem folgenden Schaubild zu entnehmen.

Abb. 2.1:



Oszillierende Entwicklungen, entweder stabil oder instabil, entstehen bei Konstellationen oberhalb der Äste O_1 bei $c=0,6$ bzw. O_2 bei $c=0,8$; stabile Entwicklungen, entweder monoton oder oszillierend, links der Geraden S_1 bei $c=0,6$ bzw. S_2 bei $c=0,8$.

Da

$$- \{c+(1-\lambda)k+\lambda\} < 0$$

ist, erhält man im Falle einer oszillierenden Entwicklung als Frequenz

$$F = \omega/2\pi$$

bzw. als Zyklusdauer

$$T = 1/F = 2\pi/\omega$$

mit $0 \leq \omega \leq \pi/2$

und:

$$\cos \omega = \frac{1}{2} \{ c+(1-\lambda)k+\lambda \} \{ \lambda c+(1-\lambda)k \}^{-1/2}$$

Um zu sehen, ob und wann eine Erhöhung des Durchschnittslags die Zyklusdauer T verlängert, untersucht man das Vorzeichen der Ableitung

$$\frac{\partial \cos \omega}{\partial \lambda} .$$

Ist die Ableitung positiv, werden bei einer Vergrößerung von λ und damit von E die Zyklen länger. Die partielle Differentiation liefert:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \cos \omega}{\partial \lambda} = & 0,5(1-k) \{ \lambda c+(1-\lambda)k \}^{-0,5} + \\ & + 0,25(k-c) \{ c+(1-\lambda)k+\lambda \} \{ \lambda c+(1-\lambda)k \}^{-1,5} \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck ist dann größer Null, wenn gilt:

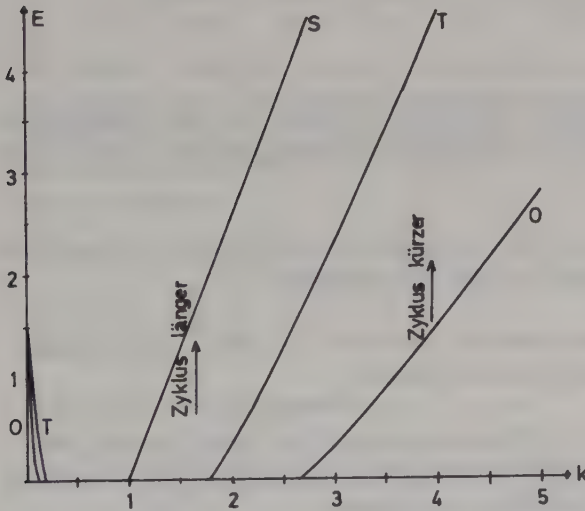
$$(k-c)\{c+(1-\lambda)k+\lambda\} - (k-1)\{2\lambda c+2(1-\lambda)k\} > 0 .$$

Formt man diesen Ausdruck unter Beachtung von (1.33) um, erhält man die Ungleichung:

$$(2.19) \quad E > \frac{k^2 - 2k + c^2}{(1-c)(k+c)}$$

Für den Fall $c=0,6$ ist (2.19) zusammen mit (2.18) und (2.14) in der folgenden Abbildung dargestellt:

Abb. 2.2:



Bei Konstellationen oberhalb der Äste T bewirkt eine Erhöhung des Durchschnittslags eine Verlängerung des Zyklus, in den Bereichen zwischen T und O eine Verkürzung der Periodenlänge.

Allgemein gilt, daß für ökonomisch plausible Werte $c < k$ innerhalb des stabilen Bereichs (links von der Geraden S in Abb. 2.2) ein größerer durchschnittlicher Lag immer zu einer Zyklusverlängerung führt.

Für die Parameter-Konstellation $c=0,6$ und $k=3$ seien beispielhaft die ungefähren Zykluslängen für alternative Durchschnittslags E genannt:

Tab. 2.1:

E	3	4	5	6	7	8	9
T	22	23	24	26	28	30	33

Zusammenfassend läßt sich in Bezug auf die geometrische Lag-Struktur im einfachen makroökonomischen Modell (2.7) sagen:

1. Je größer ceteris paribus der Durchschnittslag E ist, desto eher ist das System stabil.
2. Je größer ceteris paribus E ist, desto eher ergeben sich oszillierende Pfade.
3. Je größer ceteris paribus E ist, desto länger sind bei stabilen Entwicklungen und ökonomisch plausiblen Parameterwerten die Zyklen.

Wir wollen nun im nächsten Abschnitt untersuchen, wie die dynamischen Eigenschaften bei Unterstellung anderer Lag-Strukturen zu charakterisieren sind.

2.2.3. Faltung von zwei identischen geometrischen Verteilungen

Das Modell (2.7) soll jetzt dahingehend spezifiziert werden, daß der Kapitalstock über eine Pascal-Lag-Verteilung mit $r=2$ vom Einkommen abhängt:

$$K_t = k \cdot \frac{(1-\lambda)^2}{(1-\lambda L)^2} \cdot LY_t$$

mit der autoregressiven Form:

$$K_t = k(1-\lambda)^2 Y_{t-1} + 2\lambda K_{t-1} - \lambda^2 K_{t-2} \quad .$$

Es handelt sich hier um eine Differenzengleichung zweiter Ordnung in K ; man kann, wie bereits allgemein gezeigt (vgl. Gl. (2.2)), durch Definition einer Hilfsvariablen daraus zwei Differenzengleichungen erster Ordnung gewinnen:

$$K_t = k(1-\lambda)^2 Y_{t-1} + 2\lambda K_{t-1} - \lambda^2 X_{t-1}$$

$$X_t = K_{t-1} \quad .$$

Damit wird das Ausgangsmodell (2.7) zu:

$$(2.20) \quad \begin{bmatrix} Y_t \\ K_t \\ X_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c + (1-\lambda)^2 k & 2\lambda - 1 & -\lambda^2 \\ (1-\lambda)^2 k & 2\lambda & -\lambda^2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1} \\ K_{t-1} \\ X_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} A_t$$

Als eine partikuläre Lösung für $A_t = \bar{A}$ findet man:

$$(2.21) \quad \begin{bmatrix} \bar{Y} \\ \bar{K} \\ \bar{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/(1-c) \\ k/(1-c) \\ k/(1-c) \end{bmatrix} [\bar{A}] ,$$

also dieselbe Gleichgewichtslösung wie im Fall der geometrischen Lag-Verteilung.¹⁾ Auch hier beeinflusst die Form des Lags nicht die Gleichgewichtswerte, da diese nur von den langfristigen Reaktionskoeffizienten abhängen.

Die die Stabilität des Systems beeinflussenden Eigenwerte findet man als Nullstellen des charakteristischen Polynoms:

$$(2.22) \quad x^3 - \{c + (1-\lambda)^2 k + 2\lambda\} x^2 + \{\lambda^2 + 2\lambda c + (1-\lambda)^2 k\} x - \lambda^2 c = 0 .$$

Als notwendige und hinreichende Bedingung für eine stabile Entwicklung²⁾ erhält man für die ökonomisch zulässigen Werte $k > 0$ und $0 < c < 1$ nach einigen Umformungen:

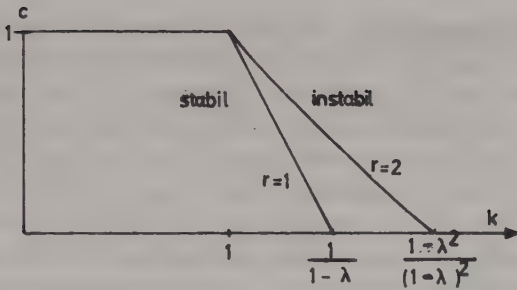
$$(2.23) \quad (1-\lambda c)^2 - (1-\lambda^2 c) \cdot k \cdot \frac{(1-\lambda)^2}{1-\lambda} > 0 .$$

Vergleicht man diese Restriktion mit (2.12), so ist dem ersten Anschein nach (2.23) nicht so restriktiv.

1) Da $X_t = K_{t-1}$, ist auch der Gleichgewichtswert der Hilfsvariablen identisch mit dem des Kapitalstocks.

2) Die hierzu überprüften Stabilitätsbedingungen findet man bei GANDOLFO (1972), S. 109.

Abb. 2.3:



Eine Erhöhung von r wirkt also *ceteris paribus* tendenziell stabilisierend.

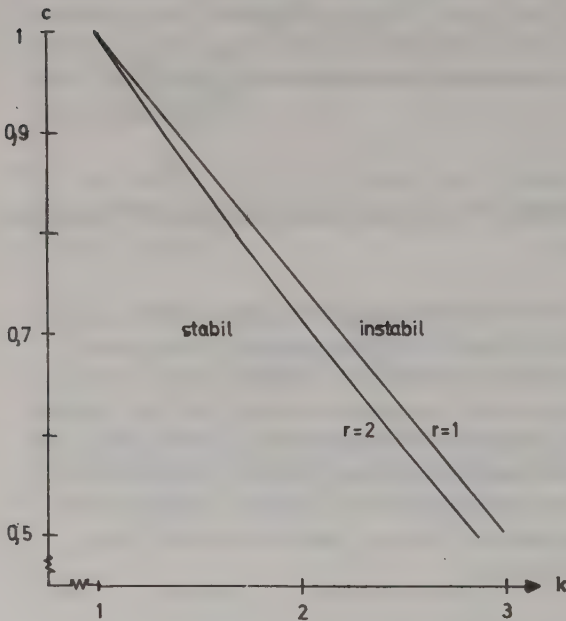
Man muß sich aber darüber im klaren sein, welche expliziten Lag-Strukturen hier miteinander verglichen werden. Bei gleichem Parameter λ bewirkt eine Faltung eine Vergrößerung des Durchschnittslags und der Varianz und damit einen stabilisierenden Effekt. Will man aber unterschiedliche Lag-Strukturen sinnvoll miteinander vergleichen, so muß man auf die gleiche durchschnittliche Anpassungsdauer E der zu vergleichenden Lag-Strukturen abstellen.

Dann erhält man allerdings genau das umgekehrte Ergebnis, denn jetzt wirkt eine Erhöhung von r tendenziell destabilisierend. Dies soll anhand eines Beispiels untermauert werden:

Für $E=4$ ist bei $r=1$ der Anpassungsparameter $\lambda=4/5$ und bei $r=2$ ist $\lambda=2/3$.

Die Stabilitätsgrenzen sind dann im üblichen c - k -Diagramm der folgenden Abbildung zu entnehmen:

Abb. 2.4:



Im ökonomisch zulässigen Bereich $0 < c < 1$ wird bei gleichem Durchschnittslag E der Stabilitätsbereich bei einer durch Faltung entstandenen Lag-Struktur eingeengt.

Die Begründung hierfür ist in der Reduktion der Varianz V der Lag-Struktur zu finden:

Die Varianz ist gemäß (1.41a) bei gegebener durchschnittlicher Anpassungsdauer E umso kleiner, je größer die Anzahl der Faltungen r ist. Eine kleinere Varianz bedeutet aber eine relativ stärkere Konzentration der Lag-Koeffizienten um E , eine größere Anzahl von Investoren reagiert nach einer Zeitspanne, die in der Nähe des Durchschnittslags angesiedelt ist. Die Gefahr, daß dadurch die kumulativen investitionsinduzierten Einkommenseffekte entstehen, ist größer als im Fall einer relativ breiten zeitlichen Verteilung der Reaktionen der Investoren.

2.2.4. Faltung von zwei beliebigen geometrischen Lag-Verteilungen

Daß die Varianz einer Lag-Struktur neben dem Durchschnittslag von ausschlaggebender Bedeutung für die Stabilität ist, kann an einer weiteren Spezifikation des Grundmodells veranschaulicht werden.

Es gelte:

$$K_t = \frac{(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)}{(1-\lambda_1 L)(1-\lambda_2 L)} \cdot LY_t \quad ,$$

also eine Lag-Struktur, die aus der Faltung zweier geometrischer Verteilungen mit unterschiedlichen Durchschnittslags entstanden ist.

Mit dieser Hypothese erhält man als Koeffizientenmatrix $\underline{A}$:

$$(2.24) \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} c+(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)k & \lambda_1+\lambda_2-1 & -\lambda_1\lambda_2 \\ (1-\lambda_1)(1-\lambda_2)k & \lambda_1+\lambda_2 & -\lambda_1\lambda_2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} .$$

Das zugehörige charakteristische Polynom lautet:

$$(2.25) \quad x^3 - \{c+(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)k + \lambda_1+\lambda_2\}x^2 + \\ + \{\lambda_1\lambda_2 + c(\lambda_1+\lambda_2) + (1-\lambda_1)(1-\lambda_2)k\}x - \lambda_1\lambda_2c = 0$$

und die relevante Stabilitätsbedingung:

$$(2.26) \quad (1-\lambda_1c)(1-\lambda_2c) - (1-\lambda_1\lambda_2c) \cdot k \cdot \frac{(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)}{1-\lambda_1\lambda_2} > 0 .$$

Für $\lambda_1=\lambda_2=\lambda$ reduziert sich (2.26) zu der Stabilitätsbedingung (2.23), für λ_1 oder $\lambda_2=0$ zu (2.12), der Stabilitätsbedingung der geometrischen Lag-Verteilung.

Unterstellt man für diese durch λ_1 und λ_2 beschriebene Lag-Struktur denselben Erwartungswert wie bei der geometrischen und der Pascal-Lag-Verteilung, so muß die Stabilitätsgrenze (2.26) zwischen den Abgrenzungen der beiden genannten Lag-Strukturen (2.23) und (2.12) liegen.

Je weiter λ_1 und λ_2 auseinander liegen, d.h. je unterschiedlicher die Durchschnittslags auf den beiden Stufen sind, desto größer ist die Varianz der Lag-Struktur, und desto näher liegt die Stabilitätsgrenze an derjenigen der geometrischen Lag-Verteilung.

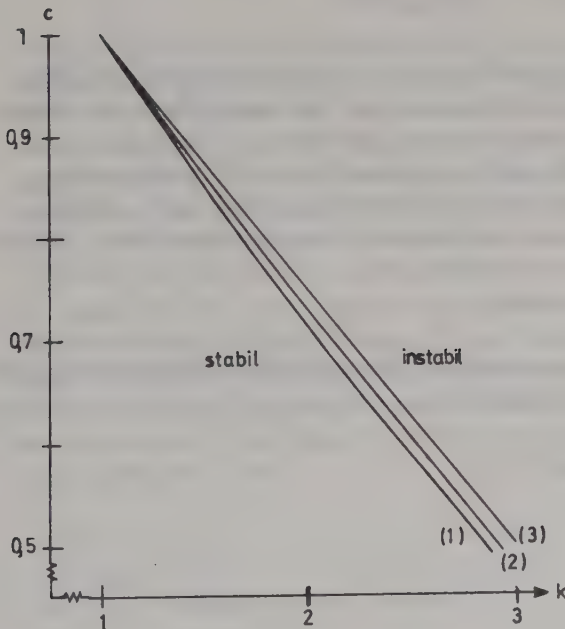
Beispielsweise erhält man denselben Durchschnittslag $E=4$ bei folgenden Werten λ_1 und λ_2 mit den Varianzen:

Tab. 2.2:

	λ_1	λ_2	V
(1)	2/3	2/3	12
(2)	1/3	7/9	17,25
(3)	0	4/5	20

Für die Fälle (1)-(3) sind die Stabilitätsgrenzen:

Abb. 2.5:



Auch hier erhält man das folgende Ergebnis: Die unterschiedlich große Varianz beeinflusst bei gleichem Durchschnittslag den Stabilitätsbereich so, daß Stabilität umso eher wahrscheinlich ist, je größer die Varianz der betrachteten Lag-Struktur ist.

2.2.5. Faltung von r identischen geometrischen Lag-Verteilungen

In der allgemeinen Pascal-verteilten Form lautet die Bestimmungsgleichung für den Kapitalstock:

$$K_t = k \cdot \frac{(1-\lambda)^r}{(1-\lambda L)^r} LY_t \quad .$$

Daraus läßt sich für jedes r eine autoregressive Form ermitteln. Die Fälle $r=1$ und $r=2$ haben wir schon behandelt. Durch entsprechende Hilfsvariablendefinitionen läßt sich für größere r jeweils ein Differenzgleichungssystem mit $r+1$ Gleichungen formulieren. Jedes dieser Systeme hat dieselbe Gleichgewichtslösung (2.10), da ja die Lag-Struktur keinen Einfluß auf die Gleichgewichtswerte hat.

Beispielhaft seien hier die Koeffizientenmatrizen A für $r=3$ und $r=4$ angegeben.

Bei $r=3$ ergibt sich:

$$(2.27) \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} c+(1-\lambda)^3 k & 3\lambda-1 & -3\lambda^2 & \lambda^3 \\ (1-\lambda)^3 k & 3\lambda & -3\lambda^2 & \lambda^3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

und bei $r=4$ erhält man:

$$(2.28) \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} c+(1-\lambda)^4 k & 4\lambda-1 & -6\lambda^2 & 4\lambda^3 & -\lambda^4 \\ (1-\lambda)^4 k & 4\lambda & -6\lambda^2 & 4\lambda^3 & -\lambda^4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Zwar gibt es für solche Differenzengleichungssysteme entsprechende Stabilitätsbedingungen¹⁾, aber erstens dürfte die Auswertung der zu berechnenden Koeffizientenbündel kaum noch Raum für ökonomische Interpretationen lassen, und zweitens sind die Bedingungen im allgemeinen dergestalt, daß sie entweder notwendig oder hinreichend, nicht aber beides zusammen sind.

Wir wollen daher die folgenden Überlegungen auf numerische Beispiele beschränken und der Vermutung nachgehen, daß durch die Faltung mehrerer Verteilungen bei gleicher durchschnittlicher Anpassung durch die Varianz der Lag-Struktur die Neigung des Systems zur Instabilität gefördert wird.

¹⁾ Vgl. z.B. GANDOLFO (1972), S.133.

Dazu wurde ein vom Verfasser zur dynamischen Simulation ökonomischer Systeme entwickeltes Programm "SIMUL" an den Rechenanlagen im Rechenzentrum der Universität Mainz eingesetzt.

Dieses Programm berechnet nach Eingabe der numerischen Werte der strukturellen Form:

$$(2.2) \quad \underline{A}_0 y_t = \underline{A}_1 y_{t-1} + \underline{B}_0 z_t + e_t$$

eines ökonomischen Modells zunächst die reduzierte Form (2.3), die Eigenwerte der Matrix $\underline{A}$ aus (2.3) sowie die Matrix der "total multipliers", also die stationäre Gleichgewichtslösung.

Daran anschließend werden durch einen Einheitssprung der jeweils vorzugebenden exogenen Variablen z_1 und der daraus resultierenden Störung der Gleichgewichtsposition $y_0 = 0$ die Ungleichgewichtspfade der endogenen Variablen durch sukzessives Einsetzen von y_{t-1} , $t=1,2,\dots$ in:

$$y_t = \underline{A} y_{t-1} + \underline{B} z_t$$

berechnet.

Die Berechnungen wurden für das Modell (2.7) mit den Konstellationen $E=5$, $k=2$ und $E=6$, $k=3$ für alternative Werte der Konsumquote $c=0,6$; $c=0,7$; $c=0,8$ und alternative Parameterwerte der Pascal-Verteilung $r=(1,2,3,4)$ durchgeführt.

Die nach (1.40) folgenden Werte von λ sind der folgenden Tabelle zu entnehmen:

Tab. 2.3:

$r \backslash E$	1	2	3	4
5	5/6	5/7	5/8	5/9
6	6/7	6/8	6/9	6/10

Damit erhält man als Varianzen aus (1.41):

Tab. 2.4:

$r \backslash E$	1	2	3	4
5	30	17,5	13,33	11,25
6	42	24	18	15

Die Gleichgewichtsmultiplikatoren sind gemäß (2.10) für das Einkommen:

Tab. 2.5:

c	0,6	0,7	0,8
	2,5	3,33	5

und für den Kapitalstock:

Tab. 2.6:

$c \backslash k$	0,6	0,7	0,8
2	5	6,67	10
3	7,5	10	15

also Werte, die umso größer sind, je größer die Konsumquote (und/oder der optimale Kapitalkoeffizient bei den Multiplikatoren des Kapitalstocks) ist (sind).

In allen untersuchten Fällen erhielten wir konjugiert-komplexe dominierende Wurzeln, also oszillierende Ungleichgewichtspfade.

Da für die Konvergenz- bzw. Divergenzgeschwindigkeit die Beträge der Wurzeln ausschlaggebend sind, seien diese tabellarisch aufgeführt:

Tab. 2.7: Beträge der Wurzeln bei $E=5$ und $k=2$

$\begin{array}{c} r \\ \backslash \\ c \end{array}$	1	2	3	4
0,6	0,9126	0,9495	0,9605	0,9658
0,7	0,9571	0,9788	0,9856	0,9865
0,8	1,0000	1,0092	1,0119	1,0141

Tab. 2.8: Beträge der Wurzeln bei $E=6$ und $k=3$

$\begin{array}{c} r \\ \backslash \\ c \end{array}$	1	2	3	4
0,6	0,9710	0,9909	0,9985	1,0021
0,7	1,0142	1,0191	1,0223	1,0240
0,8	1,0474	1,0477	1,0485	1,0556

Auch hier erhält man das Ergebnis, daß eine höhere Konsumquote ceteris paribus destabilisierend wirkt (die Beträge nehmen in den Tabellen von oben nach unten zu und damit die Wurzeldämpfung ab).

Die Beträge nehmen aber in den Tabellen von links nach rechts ebenfalls zu. Wir sehen also hier die Vermutung bestätigt, daß mit Abnahme der Varianz bei größer werdendem r die Neigung des Systems zur Instabilität gefördert wird.

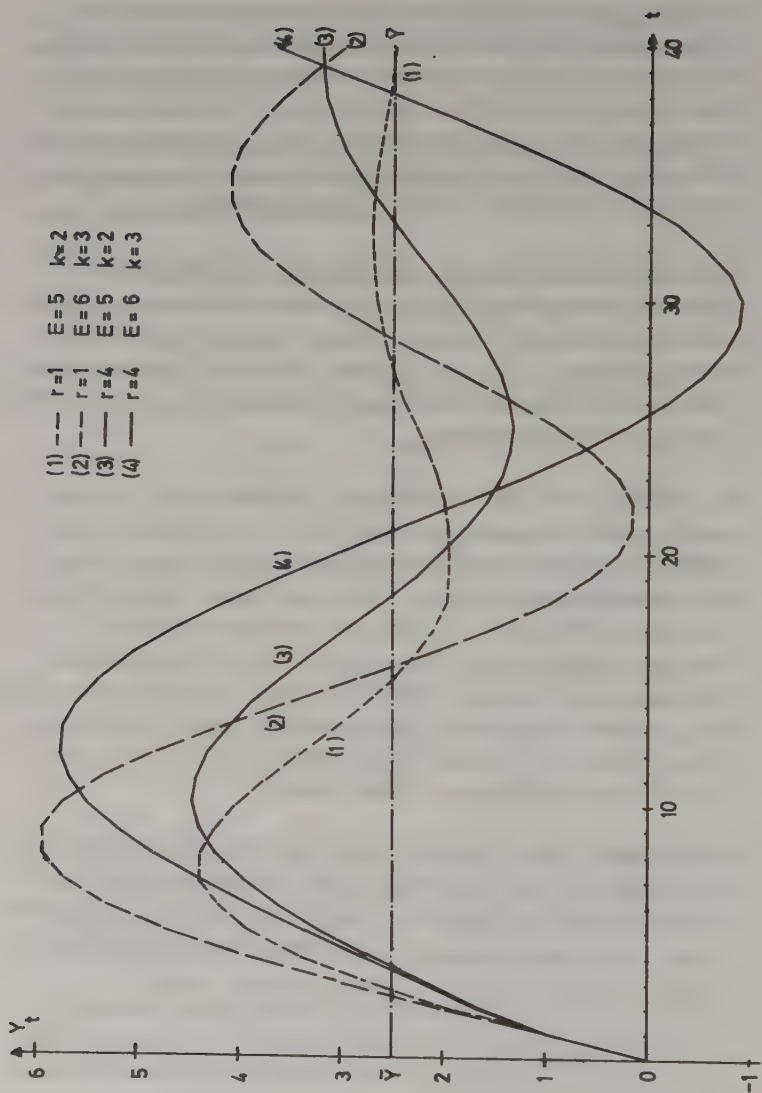
In Abb. 2.6 sind die Pfade des Volkseinkommens bei ausgewählten Parameter-Konstellationen für die ersten 40 Perioden nach der exogenen Störung dargestellt. Dabei macht sich selbst eine geringe Erhöhung des Betrages der dominierenden Wurzel (z.B. im Vergleich der Fälle $E=5$; $c=0,6$; $r=1$ und $E=6$; $c=0,6$; $r=1$) in den Ausschlägen der Zyklen relativ stark bemerkbar.

Wir wollen hier auf die Darstellung und ökonomische Interpretation des für die zyklische Entwicklung hauptsächlich verantwortlichen Investitionsverlaufs nicht näher eingehen, da wir in einem ähnlichen Zusammenhang (vgl. 3.3.3.2.) die Rolle der Investitionen noch ausführlich diskutieren werden.

An dieser Stelle sei nur darauf hingewiesen, daß die ermittelten Lösungspfade lediglich die Anpassungsreaktionen im Ungleichgewicht beschreiben und somit auch als Abweichung von einer - wie auch immer beschaffenen - Gleichgewichtslösung interpretiert werden können. Die Beschränkung der Betrachtung auf ein stationäres Gleichgewicht hat nur formale Gründe. Ebenso ließen sich auch autonom wachsende Gleichgewichtspfade berücksichtigen, ohne daß daraus andere Ergebnisse bei den Stabilitätsuntersuchungen folgen würden.

So bedeuten auch negative Werte der Variablen nicht gleichzeitig, daß diese Variablen insgesamt negative Werte annehmen, sondern nur, daß sie damit unter die alten Gleichgewichtswerte, die ja bei unseren Betrachtungen auf Null normiert sind, gefallen sind.

Abb. 2.6:



An dieser Stelle kann man nun auch untersuchen, ob der stabilisierende Effekt einer Erhöhung von E bei einer geometrischen Lag-Verteilung nicht auch mit der damit verbundenen Vergrößerung der Varianz V zu tun hat.

Vergleichen wir dazu unterschiedliche Pascal-Verteilungen, die dieselbe Varianz V und daher mit r größer werdende Durchschnittslags E besitzen, mit geometrischen Verteilungen, die jeweils denselben durchschnittlichen Lag wie die zu vergleichende Pascal-Verteilung aufweisen sollen:

Setzt man als Varianz V für die Pascal-Verteilungen zum Beispiel $V=20$ an, erhält man folgende Werte E :

Tab. 2.9:

r	1	2	3	4
E	4	5,4	6,4	7,2

Diese durchschnittlichen Lags würden bei einer geometrischen Lag-Verteilung die folgenden Varianzen implizieren:

Tab. 2.10:

E	4	5,4	6,4	7,2
V	20	34,5	47,2	58,5

Wenn nun bei gleichen durchschnittlichen Lags die jeweilige geometrische Lag-Verteilung eine größere Wurzelfämpfung liefert als die zu vergleichende Pascal-

Verteilung, so spricht das für die Vermutung, daß bei einer Vergrößerung von E der stabilisierende Effekt bei einer geometrischen Lag-Verteilung auch der Zunahme der Varianz V zuzuschreiben ist.

Dazu haben wir anhand des Modells (2.7) mit $k=3$ und $c=0,6$ für die Pascal-Verteilungen mit $V=20$ und $r=1,2,3,4$ die Beträge der dominierenden Wurzeln berechnet:

Tab. 2.11: Beträge der Wurzeln bei Pascal-Verteilungen mit $V=20$

r	1	2	3	4
	1,0392	1,0014	0,9935	0,9899

Als Vergleichswerte ermittelt man für diejenigen geometrischen Verteilungen mit denselben Erwartungswerten wie die entsprechenden Pascal-Verteilungen:

Tab. 2.12: Beträge der Wurzeln bei geometrischen Verteilungen und alternativen E

E	4	5,4	6,4	7,2
	1,0392	0,9873	0,9614	0,9455

Die Wurzelämpfung ist mit zunehmendem Durchschnittslag bei einer geometrischen Verteilung stärker als bei den vergleichbaren Pascal-Verteilungen, so daß sich anhand dieser Parameter-Konstellation die Vermutung bestätigt, daß eine Stabilisierung nicht nur dadurch zustande kommt, daß die Reaktion im Durchschnitt länger dauert, sondern daß der stabilisierende Effekt auch auf der Verteilung der Reaktion über eine größere Zeitspanne beruht.

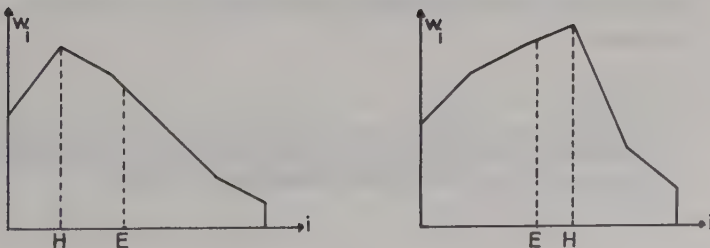
2.2.6. Ausblick auf weitere Untersuchungsmöglichkeiten

Unsere anhand eines einfachen makroökonomischen Modells gewonnenen Ergebnisse über die Auswirkungen unterschiedlicher Lag-Strukturen auf das Stabilitätsverhalten seien nochmals thesenhaft zusammengefaßt:

1. Das System ist ceteris paribus umso eher instabil, je kleiner die durchschnittliche Anpassungsdauer E der Lag-Struktur ist.
2. Das System ist ceteris paribus umso eher instabil, je kleiner die Varianz V der Lag-Struktur ist.

Eine weitere Untersuchungsmöglichkeit könnte etwa im Vergleich von Lag-Strukturen bestehen, die zwar denselben Durchschnittslag E aufweisen, sich aber in der Schiefe unterscheiden, bei denen also der häufigste Lag H (Analogon zum dichtesten Wert in der deskriptiven Statistik) variiert.

Abb. 2.7: Lag-Verteilungen mit gleichem E
und unterschiedlichen häufigsten Lags H



Allerdings sind alle Verteilungen, die als Faltung von geometrischen Verteilungen entstehen - und natürlich auch die geometrische Verteilung selbst -, rechtsschief, der häufigste Lag H liegt also zeitlich immer vor dem Durchschnittslag E, so daß aus den Lag-Modellen mit ökonomischer Begründung eine linksschiefe Verteilung nicht gewonnen werden kann. Aus diesem Grund wollen wir diesen Weg hier nicht weiter verfolgen.

Die für unser spezielles Modell erzielten Ergebnisse können selbstverständlich nicht insofern verallgemeinert werden, daß wir behaupten könnten, eine bestimmte Lag-Struktur bewirke in jedem Anwendungsfall eine eindeutig dem Durchschnittslag oder der Varianz zuzuschreibende Wirkung auf das dynamische Verhalten eines Modells, diese Frage muß wohl für das jeweilige Untersuchungsobjekt gesondert beantwortet werden.

Das Ziel sollte aber auch nicht sein, allgemein gültige Aussagen zu gewinnen, sondern es sollte nur aufgezeigt werden, wie wichtig es ist, tatsächlich genauere Kenntnisse über Lag-Strukturen in der Ökonomie zu besitzen.

Die Untersuchung des dynamischen Verhaltens "realistischerer" Modelle, als Beispiel sei hier das Modell der Deutschen Bundesbank genannt¹⁾, bei Verwendung komplizierterer Lag-Strukturen kann wohl nur mit umfangreichen Simulationsstudien durchgeführt werden, für die die Kapazitäten eines Ein-Mann-Teams aber nicht ausreichen dürften.

1) Dieses nicht-lineare Modell besteht aus 96 Gleichungen, von denen 39 Verhaltensgleichungen und 57 Definitionen sind. Vgl. DEUTSCHE BUNDESBANK (1975).

Wir werden uns daher im nächsten Abschnitt einem Aspekt der Theorie verteilter Lags zuwenden, der unseres Erachtens bisher in der Literatur etwas stiefmütterlich behandelt wurde, dem Konzept einer variabel verteilten Lag-Struktur.

Wir wollen versuchen, dazu einige neue Ansätze zu diskutieren und Wege zur weiteren Lag-Forschung aufzuzeigen.

3. Zum Einfluß variabel verteilter Lag-Strukturen auf das dynamische Verhalten ökonomischer Modelle

3.1. Theoretische Überlegungen zum Konzept einer variabel verteilten Lag-Struktur

Bei sämtlichen bisherigen Untersuchungen sind wir von der Gültigkeit der Hypothese:

$$(1.10) \quad w_{i,t} = w_i \quad , \quad i=0,1,2,\dots \\ t=0,1,2,\dots \quad ,$$

also der zeitlichen Konstanz der Lag-Struktur, ausgegangen.

(1.10) ist eine entscheidende Voraussetzung für eine sinnvolle Anwendung ökonometrischer Schätzverfahren auf die verschiedenen Spezifikationen des allgemeinen Lag-Modells (1.3). Ebenfalls nur bei Aufrechterhaltung der Konstanzannahme der Parameter ist eine Berücksichtigung von Lag-Strukturen in linearen ökonometrischen Modellen (2.1) möglich.

Diese Konstanzannahme der Parameter in ökonometrischen Modellen "...über den gesamten Schätzzeitraum, der sich in der Regel über die verschiedensten Phasen des konjunkturellen Verlaufs erstreckt...", scheint aber nicht mit der Realität in Einklang zu stehen."¹⁾

Schätzt man nun aber die Parameter von Verhaltensrelationen unter der Annahme der Strukturkonstanz, so sind

1) LÜDEKE (1974), S. 290.

die erhaltenen Schätzergebnisse "...nichts anderes als ein mixtum compositum verschiedener Strukturen."¹⁾ Prognosen mittels ökonometrischer Modelle, in denen solche Schätzungen als strukturelle Parameter eingehen, dürften dann vielfach nicht genügend treffsicher sein und "...insbesondere kaum die Möglichkeit gewährleisten, endogen induzierte konjunkturelle Wendepunkte zu prognostizieren."²⁾

Was könnte nun die Annahme unterschiedlicher Verhaltensweisen in Auf- und Abschwungsphasen einer zyklischen Wirtschaftsentwicklung rechtfertigen? Bevor wir diese Frage zu beantworten versuchen, wollen wir noch klären, in welche Richtung unsere Untersuchungen gehen sollen:

Wir wollen nicht die gesamte zu untersuchende Verhaltensrelation als variabel im konjunkturellen Verlauf ansehen, also etwa nicht alle Parameter einer Investitionsfunktion mit der konjunkturellen Situation variieren lassen, wie es zum Beispiel Lüdeke anhand der Investitionsfunktion in der Version von Klein³⁾ unterstellt, sondern wir wollen nur die Lag-Struktur, also die normierten Lag-Koeffizienten in Form einer asymmetrisch umkehrbaren Lag-Beziehung, im Verlauf zyklischer Wirtschaftsentwicklungen variabel gestalten. Dabei sollen die langfristigen Reaktionskoeffizienten, also diejenigen Parameter, die das langfristige Verhalten beschreiben, im weiteren zu verstehen als die langfristige Reaktion, wie sie sich unabhängig von zyklischen Entwicklungen

1) LÜDEKE (1970), S. 291.

2) LÜDEKE (1970), S. 289.

3) Vgl. KLEIN (1950), S. 34 ff.

ergeben würde, immer noch als konstant ansehen. Beispielsweise soll die Konstanz des optimalen Kapitalkoeffizienten k einer KSA-Hypothese oder $a_1/(1-a_2)$ als Ausdruck für die langfristige Konsumquote in einer Brown'schen Konsumfunktion aufrecht erhalten werden.

Das asymmetrische Verhalten in Auf- und Abschwungsphasen soll sich also nur auf zeitliche Unterschiede im Anpassungsverhalten bei Ungleichgewichtssituationen beziehen.

Wir wollen die Variabilität der Lag-Struktur nicht in der Hinsicht sehen, daß damit etwa eine Stochastisierung der normierten Lag-Koeffizienten verbunden wäre,¹⁾ sondern es soll vielmehr eine deterministische Abhängigkeit von der jeweiligen konjunkturellen Situation (Konj._t) unterstellt werden:

$$(3.1) \quad w_{i,t} = w_i(\text{Konj.}_t) \quad , \quad i=0,1,2,\dots \\ t=0,1,2,\dots ,$$

wobei das Argument dieser Funktion und der Funktionstyp noch der genaueren Spezifizierung bedürfen.

Eine Ansatzmöglichkeit bietet hierzu die theoretische Untermauerung des P-A-Modells (1.36).

In der allgemeinen Kostenfunktion

$$KO_t = a(Y_t - Y_t^*)^2 + b(Y_t - Y_{t-1})^2$$

mit der Größe Y (Y^*) als tatsächlichem (optimalem) Wert

1) Einige kritische Anmerkungen zur Stochastisierung von Parametern in ökonomischen Modellen bringt z.B. KRUPP (1973), S. 118 ff.

der endogenen Variablen wurden bei der theoretischen Herleitung der P-A-Hypothese die Parameter a und b implizit als konstant angesehen, denn nur dann kommt man zu einer Hypothese mit im Zeitablauf konstanter geometrischer Lag-Struktur.

Gehen wir nun der Einfachheit halber davon aus, daß der Parameter a tatsächlich auch im Konjunkturverlauf als konstant angesehen werden kann, treffen wir also die Restriktion, daß Abweichungen von der Optimal-lösung in jeder konjunkturellen Situation als gleich "teuer" empfunden werden, so spricht hingegen einiges gegen die Annahme, daß auch der Parameter b als Re-präsentant der Anpassungskosten in jeder konjunkturellen Situation als gleich groß angesehen werden kann:

So ist nicht einsichtig, daß beispielsweise eine Produktionseinschränkung dieselben Anpassungskosten verursacht wie eine Produktionsausdehnung, wenn man sich die Anpassungskosten aus technischen Gründen vorhanden denkt. Nimmt man psychologische Restriktionen an - zum Beispiel im Konsumverhalten -, so dürfte es auch plausibel sein anzunehmen, daß die psychologischen Hemmnisse einer Konsumausdehnung ("Gewöhnung an bessere Zeiten") geringer sind als diejenigen einer Konsumreduktion ("den Gürtel enger schnallen").

Berücksichtigt man dies formal beim Ansatz der Kostenfunktion, so könnte dies etwa so aussehen:

$$b = b(Y_{t-1} - Y_{t-2}) \quad ,$$

wobei der Term $(Y_{t-1} - Y_{t-2})$ als Ausdruck für die jeweilige Einschätzung der Wirtschaftssubjekte über die konjunkturelle Situation stehen kann.

Nach den oben angestellten Überlegungen ist es plausibel, $b' < 0$ anzunehmen.

Die Minimierung der Kostenfunktion bezüglich Y_t führt dann wieder zu:

$$Y_t - Y_{t-1} = \frac{a}{a + b(\cdot)} (Y_t^* - Y_{t-1}) ,$$

also der P-A-Hypothese, diesmal aber nicht mit einem konstanten Term

$$(1-\lambda) = \frac{a}{a+b} ,$$

sondern mit einem Term für die partielle Anpassung, der mit der jeweiligen konjunkturellen Situation variiert.

Damit kann die These untermauert werden, daß in Abschwungsphasen bestimmte Anpassungsreaktionen (z.B. im Konsum- und Investitionsverhalten) langsamer vonstatten gehen als in Phasen des wirtschaftlichen Aufschwungs.

Betrachtet man allgemein die Realisierung langfristiger Pläne der Wirtschaftssubjekte, so ist es plausibel anzunehmen, daß etwa bei der Nachfrage nach langlebigen Wirtschaftsgütern "...in Aufschwungsphasen größere Anschaffungen vorgezogen und in Kontraktionsphasen hinausgezögert werden."¹⁾

Alle bisherigen Überlegungen lassen zunächst die Vermutung zu, daß sich in den konjunkturellen Phasen der durchschnittliche Lag E zwischen zwei Variablen ändern kann. Bevor nun auf einige eigene Ansätze zur Überprü-

1) STÖWE (1977), S. 458.

fung des geschilderten Sachverhaltes eingegangen werden soll, seien noch kurz zwei statistische Untersuchungen erwähnt, mit denen die zeitliche Stabilität von Lead-Lag-Beziehungen ökonomischer Zeitreihen überprüft wurden:

Schips¹⁾ und Abels²⁾ haben die Lag-Beziehungen zwischen konjunkturrelevanten makroökonomischen Zeitreihen für die Bundesrepublik mit Hilfe der sogenannten "komplexen Demodulation", einer Technik aus der Spektralanalyse, auf die Größe der zeitlichen Verzögerung und auf die Veränderung in den einzelnen Konjunkturphasen hin untersucht.

In diesen Arbeiten wird aber explizit "...auf eine Berücksichtigung von 'distributed lag-Ansätzen'.. angesichts der Vielzahl der noch bestehenden Probleme im theoretischen und schätztechnischen Bereich auf diesem Gebiet verzichtet."³⁾ Neben der anderen Interpretation des Begriffs "Lag" (vgl.S. 1 dieser Arbeit) wird also eine variable "feste" Lag-Beziehung zwischen ökonomischen Zeitreihen untersucht. Da wir aber eine variabel verteilte Struktur von Wirkungsverzögerungen untersuchen wollen, müssen wir zur empirischen Überprüfung auf andere Konzepte zurückgreifen.

3.2. Ansätze zur empirischen Überprüfung

3.2.1. Methode der gleitenden Zeitabschnitte bei variabel verteilten geometrischen Lag-Strukturen

Unterstellt man in einer Verhaltensgleichung eine geo-

1) Vgl. SCHIPS (1973).

2) Vgl. ABELS (1974).

3) ABELS (1974), S. 6.

metrische Lag-Verteilung, die in ihren Koeffizienten im Zeitablauf variieren kann, so müßte sich bei der empirischen Überprüfung der autoregressiven Form des geometrischen Lag-Modells:

$$(1.37) \quad y_t = c + dx_t + ey_{t-1} + v_t$$

eine variable Lag-Struktur auch in variierenden Schätzwerten $\hat{e}$ für den Anpassungsparameter λ der Koyck-Verteilung ergeben, wenn die Regression unterschiedliche Schätzzeiträume umfaßt.

Man kann nun versuchen, das Verfahren der gleitenden Zeitabschnitte anzuwenden, das eine systematische Verarbeitung der Beobachtungsdaten erlaubt.¹⁾

Dieses Verfahren soll hier in Bezug auf die Schätzung $\hat{e}$ kurz beschrieben werden:

Gegeben seien die Beobachtungsdaten für den Gesamtbeobachtungszeitraum: $t=1,2,\dots,T$. Man wählt nun einen Abschnitt $N < T$, schätzt, etwa mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate, die Verhaltensrelation (1.37) für den Teilbeobachtungszeitraum: $t=1,2,\dots,N$ und erhält einen Schätzwert $\hat{e}(1)$. Im nächsten Schritt wird der Schätzzeitraum um eine Periode nach hinten verschoben und für den Zeitraum: $t=2,3,\dots,N+1$ der Schätzwert $\hat{e}(2)$ ermittelt.

Dieses Verfahren wird solange durchgeführt, bis nach

$$K = T - N + 1$$

Schritten der Gesamtbeobachtungszeitraum durch die Gleit-

1) Diese an sich äußerst simple Technik wurde erst kürzlich wieder in der Literatur aufgegriffen.
Vgl. RAMB (1977), S. 30 ff.

bewegung der Zeitabschnitte ganz überdeckt wurde.
Als Ergebnis liegt eine Folge von Schätzwerten

$$\{\hat{\epsilon}(i), i=1,2,..K\}$$

vor. Diesen Schätzwerten ordnet man zweckmäßigerweise zur Kennzeichnung den jeweiligen mittleren Zeitpunkt des Teilschätzzeitraums, also $t=(N+K)/2$, zu.

Wir haben mit diesem Verfahren zahlreiche Untersuchungen über die Lag-Strukturen in Verhaltensgleichungen für die beiden wichtigsten makroökonomischen Aggregate Konsum und Investitionen anhand vorliegender Quartalswerte¹⁾ für den Zeitraum II/1962 bis IV/1976 und anhand von Halbjahresdaten²⁾ für den Zeitraum 2/1970 bis 1/1976 mit der Methode der kleinsten Quadrate durchgeführt. Wir sind uns durchaus im klaren darüber, welche Vorbehalte gegen die Wahl dieser Schätzmethode bestehen:

Erstens sind dies die bereits angesprochenen Probleme, die bei der Schätzung von geometrischen Lag-Modellen bestehen (vgl. 1.3.2.3.), zweitens müßte man strenggenommen eine der Schätzmethoden für interdependente Modelle (z.B. die Zwei-Stufen-Methode der kleinsten Quadrate) anwenden, denn etwa das Einkommen als erklärende Größe in einer Konsumfunktion ist innerhalb eines makroökonomischen Modells ja selbst eine endogene Größe.

Daß wir dennoch auf die gewöhnliche Methode der kleinsten Quadrate zurückgegriffen haben, mag damit rechtfertigt werden, daß die theoretische Unterlegen-

1) Quelle: DEUTSCHE BUNDESBANK , Daten im Anhang.

2) Quelle: STATISTISCHES BUNDESAMT (1977), Daten im Anhang.

heit gegenüber anderen Methoden bei kleinen Stichproben doch nicht so bemerkbar wird, wie bisher allgemein hin angenommen wurde.¹⁾

Um auch die Schwächen der Methode der gleitenden Zeitabschnitte aufzuzeigen, seien hier stellvertretend die Ergebnisse aus der Untersuchung der Konsumfunktion:

$$C_t = a_0 + a_1 Y_t + a_2 C_{t-1} + v_{1,t}$$

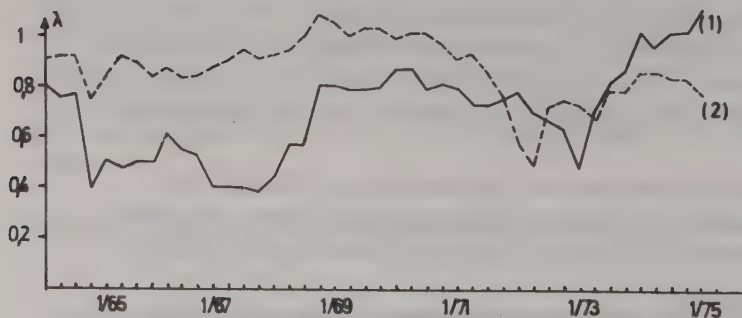
und der Investitionsfunktion in der Form:

$$I_t = b_0 + b_1 (Y_t - Y_{t-1}) + b_2 I_{t-1} + v_{2,t}$$

basierend auf Vierteljahresdaten, kurz angesprochen:

Ein gleitender Zeitabschnitt der Länge $N=15$ brachte die Entwicklung (1) für $\hat{a}_2$ in der Konsumfunktion und die Entwicklung (2) für b_2 in der Investitionsfunktion als Schätzungen für λ der geometrischen Lag-Strukturen:

Abb. 3.1:



1) Vgl. hierzu z.B. SMITH (1970) und KRÄMER (1978).

Die Schätzwerte liegen zeitweilig über 1, so daß sie ökonomisch nicht mehr sinnvoll als Anpassungsparameter einer Lag-Struktur interpretiert werden können.

Auch sonst ist in den Reihen keine systematische Entwicklung zu erkennen, sieht man einmal davon ab, daß die Werte $\hat{a}_2$ bis einschließlich 1968 im Durchschnitt unter den Werten ab 1969 liegen.

Eine zyklische Entwicklung, die auf einen Zusammenhang zwischen der Lag-Struktur und der jeweiligen konjunkturellen Phase schließen lassen könnte, ist aus den erhaltenen Werten nicht zu erkennen.

Folgende Gründe kann man zur Erklärung dieser für eine Theorie variabel verteilter Lags unbefriedigenden Ergebnisse heranziehen:

Es kann am zugrundegelegten Lag-Modell selbst liegen: Der Ansatz (1.37) unterstellt a priori eine geometrische Lag-Struktur. Ist nun die Struktur der Realität komplizierterer Natur, so kann eine Schätzung auf Basis der einfacheren Verteilung kaum zu Ergebnissen führen, die zu weiteren Analysen im Hinblick auf variabel verteilte Strukturen brauchbar wären. Der Ausweg, der sich hier auf den ersten Blick anböte, nämlich Faltungen von geometrischen Verteilungen zuzulassen, dürfte aber auch die Probleme nicht beseitigen, sondern vielmehr noch vergrößern.

Wir haben ja bereits gezeigt (vgl. 1.3.3.), wie schwierig die Rückrechnung der Lag-Koeffizienten aus einer autoregressiven Form allein schon bei einer Faltung von zwei geometrischen Verteilungen ist. Bei Faltungen von noch mehr Verteilungen werden aber die schätztechnischen

Probleme durch die ohne Zweifel vorhandene Multikollinearität in den erklärenden Variablen kaum noch zu meistern sein. Es ist sogar zu vermuten, daß sich bereits bei dem hier untersuchten Fall der geometrischen Verteilung die Kollinearität zwischen den beiden erklärenden Größen so stark bemerkbar macht, daß mit diesem Verfahren für unser Untersuchungsziel keine brauchbaren Ergebnisse zu erhalten sind.

Auf ein anderes Problem muß man an dieser Stelle auch noch hinweisen: Man kann die Analyse mit Hilfe der gleitenden Zeitabschnitte im Grunde nur dann sinnvoll anwenden, wenn es gelingt, wenigstens innerhalb einiger dieser Zeitabschnitte homogene Zustände anzutreffen. Gehen wir einmal von der stark vereinfachenden Annahme aus, daß jede - wie auch immer festzulegende - Aufschwungsphase und jede Abschwungsphase für sich genommen homogene Zeitabschnitte darstellen, so wäre eine Regressionsanalyse auf Basis der gleitenden Zeitabschnitte nur sinnvoll, wenn der zu wählende Stichprobenumfang N nicht länger als eine durchschnittliche Aufschwungs- bzw. Abschwungsphase sein würde.

Nun sind die in der Nachkriegszeit in der BRD zu beobachtenden Zyklen im Durchschnitt vier bis fünf Jahre lang¹⁾. Danach könnte man realistischerweise für eine Aufschwungs- bzw. Abschwungsphase höchstens zwei Jahre ansetzen. Bei Reduktion des Zeitabschnitts auf jeweils acht Quartals- bzw. vier Halbjahreswerte hätten aber die Regressionsgleichungen viel zu wenig Freiheitsgrade - ein (fünf) Freiheitsgrad(e) bei Halbjahres-(Quartals-)daten -, als daß die dann zu erwartenden Ergebnisse noch einen Beitrag im Hinblick auf unser Untersuchungsziel leisten könnten. In der Tat brachten Berechnungen mit

1) Vgl. z.B. TICHY, (1973), S. 137.

Vierteljahresdaten (die Untersuchungen für die Halbjahresdaten bei so kurzen Zeitabschnitten wurden gar nicht erst durchgeführt) die befürchteten Ergebnisse.

Um diesen angesprochenen Problemen aus dem Weg gehen zu können, wollen wir ein anderes Verfahren vorschlagen, das erstens dem Phänomen der Multikollinearität wenigstens zum Teil entgegentritt und zweitens eine Schätzung von Lag-Strukturen ohne allzu große a priori-Einschränkungen über das zugrundeliegende Lag-Modell zuläßt.

3.2.2. Die variabel verteilte Almon-Lag-Struktur

3.2.2.1. Beschreibung des Ansatzes

Das Konzept einer variabel verteilten Lag-Struktur als Modifikation der Almon-Technik wurde erstmals von Tinsley¹⁾ zur Untersuchung des Lags zwischen Bestellung und Auslieferung von Investitionsgütern verwendet und später von Tanner²⁾ zur Analyse von Bauinvestitionen wieder aufgegriffen.

Wir wollen dieses Konzept im Hinblick auf unser Untersuchungsziel in einer zu Tinsley leicht modifizierten Fassung formulieren.

Gehen wir von dem endlichen Lag-Modell

1) Vgl. TINSLEY (1967).

2) Vgl. TANNER (1974).

$$(1.21) \quad y_t = \sum_{i=0}^s b_i x_{t-i} + \epsilon_t$$

aus. Für die folgenden Untersuchungen wollen wir als erste grobe Annäherung für die Aufschwungs- und Boomphasen einerseits eine gemeinsame und für die Abschwungs- und Rezessionsphasen ebenfalls eine gemeinsame, aber zu Aufschwungs- und Boomphasen unterschiedliche normierte Lag-Struktur unterstellen. Weiterhin fordern wir, daß die langfristigen Reaktionskoeffizienten von der jeweiligen Situation nicht beeinflußt werden.

Damit ergeben sich formal für jede zu untersuchende Verhaltensrelation zwei Lag-Verteilungen. Die "Aufschwung"-Koeffizienten bezeichnen wir mit b_i^{auf} , und die "Abschwung"-koeffizienten mit b_i^{ab} , wobei die Summe der Aufschwungkoeffizienten gleich der Summe der Abschwungkoeffizienten sein muß.

Zur Zusammenfassung der beiden Lag-Strukturen innerhalb eines geschlossenen Ausdrucks bietet sich die Einführung einer (0,1)-Variablen an, so daß man schreiben kann:

$$\begin{aligned} b_i &= b_i^{\text{auf}} + (b_i^{\text{ab}} - b_i^{\text{auf}}) z_{t-1} \\ (3.2) \quad &= b_i^{\text{auf}} + \Delta b_i z_{t-1} \end{aligned}$$

$$\text{mit } z_t = \begin{cases} 0 & \text{für Aufschwungsphasen} \\ 1 & \text{für Abschwungsphasen} \end{cases} .$$

Sind die langfristigen Reaktionskoeffizienten gleich groß, dann muß für die Δb_1 die Restriktion:

$$(3.3) \quad \sum_{i=0}^s \Delta b_i = 0$$

gelten.

Existieren in der Realität variable Lag-Strukturen, die durch die Konstruktion (3.2) beschrieben werden können, dann müssen Schätzwerte für die Koeffizienten Δb_i signifikant von Null verschieden sein, denn dann ist die These einer variablen Lag-Verteilung mit dem empirischen Beobachtungsmaterial vereinbar.

Einsetzen von (3.2) in (1.21) liefert das Lag-Modell:

$$y_t = \sum_{i=0}^s (b_i^{\text{auf}} + \Delta b_i z_{t-1}) x_{t-1} + \epsilon_t$$

$$(3.4) \quad y_t = \sum_{i=0}^s b_i^{\text{auf}} x_{t-1} + \sum_{i=0}^s \Delta b_i w_{t-1} + \epsilon_t$$

$$\text{mit: } w_t = z_t x_t \quad .$$

Die erste Summe auf der rechten Seite von (3.4) beschreibt die Lag-Struktur der Aufschwungsphasen. Durch die Konstruktion der (0,1)-Variablen z ist es möglich, mit Hilfe der zweiten Summe den von der Lag-Struktur der Aufschwungsphasen abweichenden Effekt der Abschwungsphasen kenntlich zu machen und gesondert zu schätzen. In dieser Darstellung handelt es sich bei (3.4) um nichts anderes als ein Lag-Modell, in dem zwei Variablen x_t und w_t mit ihren verzögerten Werten als erklärende Größen eingehen.

Unterstellt man nun, daß sich die Koeffizienten b_i^{auf} und Δb_i durch Polynome niedrigen Grades approximieren lassen, wird eine Anwendung der Almon-Technik (vgl. 1.30) Schätzwerte für die Reaktionskoeffizienten liefern. Für Polynome zweiten Grades hat die Schätzgleichung folgendes Aussehen:

$$\begin{aligned} y_t = & a_0(x_t + x_{t-1} + \dots + x_{t-s}) + \\ & + a_1(x_{t-1} + 2x_{t-2} + \dots + sx_{t-s}) + \\ & + a_2(x_{t-1} + 4x_{t-2} + \dots + s^2x_{t-s}) + \\ & + c_0(w_t + w_{t-1} + \dots + w_{t-s}) + \\ & + c_1(w_{t-1} + 2w_{t-2} + \dots + sw_{t-s}) + \\ & + c_2(w_{t-1} + 4w_{t-2} + \dots + s^2w_{t-s}) + \epsilon_t \end{aligned}$$

Allgemein in Matrix-Schreibweise:

$$(3.5) \quad \underline{y} = \underline{z} \underline{\beta} + \underline{e}$$

wobei $\underline{\beta}' = (a_0 \ a_1 \ a_2 \ c_0 \ c_1 \ c_2)$ ist und in $\underline{z}$ die Elemente der nach dem Muster von (1.30) gebildeten synthetischen Variablen enthalten sind.

Die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate auf (3.5) liefert das aus der Regressionstheorie bekannte Ergebnis:

$$(3.6) \quad \underline{\hat{\beta}} = (\underline{z}'\underline{z})^{-1}\underline{z}'\underline{y}$$

und als Varianz-Kovarianz-Matrix:

$$(3.7) \quad \text{Var}(\hat{\underline{g}}) = s_u^2 (\underline{z}'\underline{z})^{-1}$$

mit s_u als Standardfehler der Schätzung.

Die Rückrechnung der Reaktionskoeffizienten und der Standardfehler der Koeffizienten aus der Schätzung (3.6) erfolgt nach folgendem Schema:

Man definiert:

$$(3.8) \quad \begin{aligned} \underline{k}_{1,i} &= (1 \ i \ i^2 \ 0 \ 0 \ 0) \\ \underline{k}_{2,i} &= (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ i \ i^2) \end{aligned} \quad i=0,1,2,\dots,s$$

Daraus folgen:

$$(3.9) \quad \begin{aligned} \hat{b}_i^{\text{auf}} &= \hat{\underline{g}}' \underline{k}_{1,i} \\ \hat{\Delta b}_i &= \hat{\underline{g}}' \underline{k}_{2,i} \end{aligned} \quad i=0,1,2,\dots,$$

als Schätzungen für die Reaktionskoeffizienten.

Den Ausdruck für die Varianzen der Koeffizienten erhält man mit:

$$(3.10) \quad \begin{aligned} \hat{s}_{\hat{b}_i^{\text{auf}}}^2 &= s_{u \underline{k}_{1,i}}^2 (\underline{z}'\underline{z})^{-1} \underline{k}_{1,i}' \\ \hat{s}_{\hat{\Delta b}_i}^2 &= s_{u \underline{k}_{2,i}}^2 (\underline{z}'\underline{z})^{-1} \underline{k}_{2,i}' \end{aligned}$$

Die Wurzeln von (3.10) sind die Lösungsstreuungen.

Bildet man nun die t-Verhältnisse

$$(3.11) \quad t_{1,i} = \frac{|\hat{b}_1^{\text{auf}}|}{s_{\hat{b}_1^{\text{auf}}}} \quad i=0,1,2,\dots,s,$$

$$t_{2,i} = \frac{|\hat{\Delta b}_1|}{s_{\hat{\Delta b}_1}}$$

so lässt sich mit Hilfe kritischer Werte aus der t-Verteilung leicht nachprüfen, ob die geschätzten Koeffizienten, insbesondere die $\hat{\Delta b}_1$, signifikant von Null verschieden sind.

Eine Verwendung von Polynomen höheren Grades verläuft analog mit den entsprechenden Änderungen in den Vektoren $\underline{\beta}$, $\underline{k}_{1,i}$ und $\underline{k}_{2,i}$.

Eine auf dem Ansatz (3.5) beruhende Schätzung berücksichtigt nun aber bisher noch nicht die linearen Restriktionen, denen das Modell zweckmäßigerweise unterworfen werden soll. Dies ist aber problemlos durchzuführen:

So kann die Restriktion (3.3) so berücksichtigt werden, daß der Parameter c_0 in (3.5) nicht geschätzt, sondern als Linearkombination aus den übrigen Polynomkoeffizienten

$$(3.12) \quad c_0 = - \sum_{j=1}^r \frac{\sum_{i=0}^s i^j}{(s+1)} c_j$$

berechnet wird.

Die Restriktion $b_{s+1}^{\text{auf}}=0$ lässt sich so realisieren, daß a_0 als Linearkombination

$$(3.13) \quad a_0 = - \sum_{j=1}^r (s+1)^j a_j$$

ausgedrückt wird.

Die Verwendung solcher Restriktionen vermindert die Anzahl der aus der Regression (3.5) zu schätzenden Parameter jeweils um Eins, es müssen dazu nur die Ausdrücke:

$$a_0 (x_t + x_{t-1} + \dots + x_{t-s})$$

und

$$c_0 (w_t + w_{t-1} + \dots + w_{t-s})$$

als Funktionen von a_j bzw. c_j ausgedrückt und den entsprechenden synthetischen Variablen zugeordnet werden. So werden zum Beispiel bei Polynomen zweiten Grades die erklärenden Größen bei den Parametern a_j :

$$(3.14) \quad a_1: x_{1,t}^* = \left[\left(\sum_{i=1}^s i x_{t-i} \right) - (s+1) \sum_{i=0}^s x_{t-i} \right]$$

$$a_2: x_{2,t}^* = \left[\left(\sum_{i=1}^s i^2 x_{t-i} \right) - (s+1)^2 \sum_{i=0}^s x_{t-i} \right]$$

und bei den Parametern c_j :

$$c_1: w_{1,t}^* = \left[\left(\sum_{i=1}^s i w_{t-i} \right) - \frac{\sum_{i=0}^s 1}{(s+1)} \sum_{i=0}^s w_{t-i} \right]$$

$$c_2: w_{2,t}^* = \left[\left(\sum_{i=1}^s i^2 w_{t-i} \right) - \frac{\sum_{i=0}^s i^2}{(s+1)} \sum_{i=0}^s w_{t-i} \right]$$

Die Vektoren (3.10) werden zu:

$$(3.16) \quad \underline{k}_{1,i} = \left[1-(s+1) \mid 1^2-(s+1)^2 \mid 0 \mid 0 \right]$$

$$\underline{k}_{2,i} = \left[0 \mid 0 \mid 1 - \frac{\sum_{j=0}^s j}{(s+1)} \mid 1^2 - \frac{\sum_{j=0}^s j^2}{(s+1)} \right]$$

für $i=0,1,2,\dots,s$.

Die Ergebnisse (3.9) bis (3.11) gelten weiterhin.

Analoge Überlegungen lassen sich für Polynome höheren Grades oder auch weitere Restriktionen anstellen.

Gibt man den Polynomgrad r und die maximale Lag-Länge s vor, dann steht ein praktikables Verfahren zur Schätzung der Gleichung (3.4) zur Verfügung.

Die explizite Berücksichtigung eines Absolutgliedes in (3.4) ist mehr ein schätztechnisches Problem:

Man kann einmal die Variablen in (3.4) als um den jeweiligen Mittelwert verschobene Datenreihen auffassen und die entsprechenden Transformationen vor der eigentlichen Schätzung durchführen. Der Nachteil dieses Verfahrens besteht aber darin, daß sich die Mittelwerte der Zeitreihen mit dem Wert des unterstellten maximalen Lags s ändern, so daß die Mittelwertverschiebung bei jeder Variation von s neu durchgeführt werden müßte.

Einfacher ist in diesem Fall die explizite Berücksichtigung des Absolutgliedes durch eine Scheinvariable, die für jedes t den Wert 1 hat mit der Konsequenz, daß sich die Anzahl der Spalten der Matrix $\underline{A}$ und der Elemente des Vektors $\underline{\beta}$ in (3.5) um Eins erhöhen.

Ein vom Verfasser entwickeltes Computerprogramm "TINSLEY" erlaubt die Schätzung von Verhaltensgleichungen in der Form (3.4) nach dem in (3.5) bis (3.16) angegebenen Lösungsalgorithmus für die Polynomgrade $r=2$ und 3 und beliebig vorzugebende Werte des maximalen Lags s .

Als Entscheidungskriterium für die beste Anpassung wird der korrigierte multiple Korrelationskoeffizient $\bar{R}^2$ herangezogen.

Die Berechnungen wurden an den Rechenanlagen des Rechenzentrums der Universität Mainz durchgeführt.

3.2.2.2. Empirische Ergebnisse

Die empirischen Untersuchungen zu einer variabel verteilten Lag-Struktur wurden für die makroökonomischen Aggregate Konsum und Investitionen bzw. Kapitalstock als kumulierte Investitionen durchgeführt. Als Hypothesen wurden dabei überprüft:

1. Der private Verbrauch in Abhängigkeit vom Bruttosozialprodukt

1.a: - mit Vierteljahresdaten in Preisen von 1962¹⁾

1.b: - mit Halbjahresdaten in Preisen von 1970²⁾.

2.a: Der Kapitalstock als kumulierte Nettoanlageinvestitionen in Abhängigkeit vom Bruttosozialprodukt

- mit Halbjahresdaten in Preisen von 1970²⁾

1) Quelle: DEUTSCHE BUNDESBANK und eigene Berechnungen, Daten im Anhang.

2) Quelle: STATISTISCHES BUNDESAMT und eigene Berechnungen, Daten im Anhang.

2.b: Die Bruttoanlageinvestitionen in Abhängigkeit von der Änderung des Bruttosozialprodukts

- mit Vierteljahresdaten in Preisen von 1962¹⁾.

Ein Rückgriff auf Zahlen der Nettoanlageinvestitionen war bei den Vierteljahresdaten nicht möglich, da in der Reihe: Saisonbereinigte Wirtschaftszahlen keine Zeitreihen für die Abschreibungen vorliegen.

Die betrachteten Untersuchungszeiträume sind bei den Vierteljahresdaten II/1962 bis IV/1976 und für die Halbjahresdaten 1/60 bis 2/76. Die (nicht saisonbereinigten) Halbjahresdaten weisen mitunter sehr starke saisonale Schwankungen auf: Die Werte des jeweiligen ersten Halbjahres liegen regelmäßig niedriger als die Werte des vorangegangenen Halbjahres. Vor Durchführung der Schätzungen wurden daher die Halbjahresdaten mit einem gleitenden Durchschnitt der Form:

$$x_t^+ = \frac{1}{4} (x_{t-1} + 2x_t + x_{t+1})$$

geglättet.

Die Zeitreihen der (0,1)-Variablen z_t in (3.2) als Repräsentation von Auf- und Abschwungsphasen wurden entsprechend der konjunkturellen Phaseneinteilung, wie sie die Deutsche Bundesbank und der Sachverständigenrat²⁾ anhand der Zunahme bzw. des Rückgangs der trendbereinigten Werte der Industrieproduktion (Produzierendes Gewerbe ohne Baugewerbe und Energiewirtschaft) vornehmen, entwickelt³⁾.

1) Quelle: DEUTSCHE BUNDESBANK und eigene Berechnungen, Daten im Anhang.

2) Vgl. z.B. SACHVERSTÄNDIGENRAT (1977), S. 51.

3) Zeitreihen im Anhang.

Die Berechnungen wurden jeweils für die Polynomgrade $r=2$ und 3 und für maximale Lag-Längen bis zu $s=15$ bei Halbjahresdaten und $s=25$ bei Vierteljahresdaten durchgeführt, um noch genügend Freiheitsgrade zur Schätzung übrig zu behalten.

Hier nun die besten Anpassungen bei den Schätzungen:

Tab. 3.1:

Endogene Variable: Privater Verbrauch
 Zeitreihen: Vierteljahresdaten
 Grad der Polynome: 2
 Größter Lag: 7

Lagpolynomkoeffizienten:

i	0	1	2
$\hat{a}_i$	0,15694	$-0,29597 \cdot 10^{-1}$	$0,12474 \cdot 10^{-2}$
$\hat{c}_i$	$-0,44631 \cdot 10^{-2}$	$0,15733 \cdot 10^{-2}$	$-0,59620 \cdot 10^{-4}$

Langfristiger Reaktionskoeff.

$$\sum_{i=0}^7 \hat{b}_i : 0,60147$$

Absolutglied: -2,2140
 Standardfehler d. Schätzung: 1,0079
 Korrigierter multipler Korr.koeff.: 0,99203
 Stichprobenumfang: 52
 Freiheitsgrade 47
 Kritischer Wert ($\alpha=0,05$): 1,65

noch Tab. 3.1:

Reaktionskoeffizienten, darunter in Klammern
die t-Verhältnisse

1	$\hat{b}_1$ auf ($t_{1,1}$)	$\hat{\Delta b}_1$ ($t_{2,1}$)
0	0,15694 (6,0160)	$-0,44631 \cdot 10^{-2}$ (2,6001)
1	0,12860 (9,7365)	$-0,29495 \cdot 10^{-2}$ (5,3255)
2	0,10274 (31,785)	$-0,15551 \cdot 10^{-2}$ (2,2946)
3	$0,79380 \cdot 10^{-1}$ (17,481)	$-0,27987 \cdot 10^{-3}$ (0,26231)*
4	$0,58515 \cdot 10^{-1}$ (6,4377)	$0,87607 \cdot 10^{-3}$ (0,80517)*
5	$0,40144 \cdot 10^{-1}$ (3,6683)	$0,19128 \cdot 10^{-2}$ (2,6001)
6	$0,24268 \cdot 10^{-1}$ (2,4146)	$0,28302 \cdot 10^{-2}$ (5,5372)
7	$0,10887 \cdot 10^{-1}$ (1,7001)	$0,36285 \cdot 10^{-2}$ (2,2946)

* Bei 5%iger Irrtumswahrscheinlichkeit nicht
signifikant von Null verschieden.

Tab. 3.2:

Endogene Variable: Privater Verbrauch
 Zeitreihen: Halbjahresdaten
 Grad der Polynome: 2
 Größter Lag: 3

Lagpolynomkoeffizienten:

i	0	1	2
$\hat{a}_i$	0,29924	-0,14366	$0,17211 \cdot 10^{-1}$
$\hat{c}_i$	$-0,40324 \cdot 10^{-2}$	$0,35694 \cdot 10^{-2}$	$-0,37763 \cdot 10^{-3}$

Langfristiger Reaktionskoeffizient

$$\sum_{i=0}^3 \hat{b}_i = 0,57599$$

Absolutglied: -8,0234
 Standardfehler der Schätzung: 1,9855
 Korrigierter multipler Korr.koeff.: 0,99586
 Stichprobenumfang: 29
 Freiheitsgrade: 24
 Kritischer Wert ($\alpha=0,05$) 1,708

Reaktionskoeffizienten, darunter in Klammern
 die t-Verhältnisse

i	$\hat{b}_i$ auf ($t_{1,i}$)	$\Delta \hat{b}_i$ ($t_{2,i}$)
0	0,29924 (6,4862)	$-0,40324 \cdot 10^{-2}$ (1,9068)
1	0,17280 (80,908)	$-0,84063 \cdot 10^{-3}$ (0,49339)*
2	$0,80776 \cdot 10^{-1}$ (3,5383)	$0,15959 \cdot 10^{-2}$ (0,92766)*
3	$0,23177 \cdot 10^{-1}$ (1,0141)*	$0,32771 \cdot 10^{-2}$ (1,5800)*

* Bei 5%iger Irrtumswahrscheinlichkeit nicht
 signifikant von Null verschieden.

Tab. 3.3:

Endogene Variable: Bruttoanlageinvestitionen

Zeitreihen: Vierteljahresdaten

Grad der Polynome: 3

Größter Lag: 24

Lagpolynomkoeffizienten:

i	0	1	2	3
$\hat{a}_i$	0,23331	$0,54735 \cdot 10^{-1}$	$0,41989 \cdot 10^{-3}$	$-0,11930 \cdot 10^{-3}$
$\hat{c}_i$	0,12806	$-0,42025 \cdot 10^{-1}$	$-0,64299 \cdot 10^{-3}$	$0,13952 \cdot 10^{-3}$

Langfristiger Reaktionskoeffizient

$$\sum_{i=0}^{24} \hat{b}_i : 13,573$$

Absolutglied: 17,090

Standardfehler d. Schätzung 1,2591

Korrigierter multipler Korrr.koeff. 0,81315

Stichprobenumfang: 35

Freiheitsgrade: 28

Kritischer Wert ($\alpha=0,05$): 1,701

Reaktionskoeffizienten, darunter in Klammern
die t-Verhältnisse

i	$\hat{b}_i$ auf ($t_{1,i}$)	$\hat{b}_i$ ($t_{2,i}$)
0	0,23331 (2,5876)	0,12806 (0,66319)*
1	0,28834 (3,6175)	$0,85530 \cdot 10^{-1}$ (0,55545)*
2	0,34350 (4,4864)	$0,42553 \cdot 10^{-1}$ (0,34533)*
3	0,39807 (5,1338)	$-0,36927 \cdot 10^{-4}$ (0,00086)*
4	0,45133 (5,6529)	$-0,41401 \cdot 10^{-1}$ (0,49542)*

noch Tab. 3.3:

i	$\hat{b}_i^{\text{auf}}$ ($t_{1,i}$)	$\hat{\Delta b}_i$ ($t_{2,i}$)
5	0,50257 (6,1432)	$-0,80703 \cdot 10^{-1}$ (1,1158)*
6	0,55106 (6,6627)	-0,11710 (1,8063)
7	0,59610 (7,2351)	-0,14977 (2,5095)
8	0,63698 (7,8599)	-0,17786 (3,1788)
9	0,67296 (8,5134)	-0,20054 (3,7641)
10	0,70334 (9,1468)	-0,21697 (4,1945)
11	0,72741 (9,6875)	-0,22632 (4,3891)
12	0,74443 (10,054)	-0,22775 (4,3016)
13	0,75371 (10,186)	-0,22041 (3,9552)
14	0,75453 (10,072)	-0,20348 (3,4217)
15	0,74616 (9,7544)	-0,17612 (2,7711)
16	0,72789 (9,3024)	-0,13748 (2,0403)
17	0,69901 (8,7858)	$-0,86736 \cdot 10^{-1}$ (1,2307) *
18	0,65881 (8,2571)	$-0,23047 \cdot 10^{-1}$ (0,31732)*

noch Tab. 3.3:

i	$\hat{b}_1^{\text{auf}}$ ($t_{1,1}$)	$\hat{\Delta b}_1$ ($t_{2,1}$)
19	0,60655 (7,7486)	$0,54424 \cdot 10^{-1}$ (0,73487)*
20	0,54154 (7,2768)	0,14651 (1,9361)
21	0,46305 (6,8479)	0,25406 (3,2019)
22	0,37036 (6,4626)	0,37790 (4,3027)
23	0,26277 (6,1176)	0,51887 (4,9923)
24	0,13956 (5,8098)	0,67781 (5,2349)

* Bei 5%iger Irrtumswahrscheinlichkeit nicht
signifikant von Null verschieden.

Tab. 3.4:

Endogene Variable: Kapitalstock
Zeitreihen: Halbjahresdaten
Grad der Polynome: 2
Größter Lag: 13

Lagpolynomkoeffizienten:

i	0	1	2
$\hat{a}_1$	0,77975	$-0,64772 \cdot 10^{-2}$	$-0,35156 \cdot 10^{-2}$
$\hat{c}_1$	$-0,10761 \cdot 10^{-1}$	$0,93719 \cdot 10^{-4}$	$0,17353 \cdot 10^{-3}$

Langfristiger Reaktionskoeffizient

13
 $\sum_{i=0} \hat{b}_i$: 7,4477

Absolutglied: -1326,6

Standardfehler der Schätzung: 1,9835

Korrigierter multipler Korr.koeff. 0,99995

noch Tab. 3.4:

Stichprobenumfang: 19
 Freiheitsgrade: 14
 Kritischer Wert ($\alpha=0,05$) 1,761

Reaktionskoeffizienten, darunter in Klammern
 die t-Verhältnisse

i	$\hat{b}_i$ ($t_{1,i}$)	$\hat{\Delta b}_i$ ($t_{2,i}$)
0	0,77975 (39,613)	$-0,10761 \cdot 10^{-1}$ (4,1893)
1	0,76975 (54,771)	$-0,10493 \cdot 10^{-1}$ (6,3790)
2	0,75273 (82,809)	$-0,98790 \cdot 10^{-2}$ (9,9302)
3	0,72867 (151,16)	$-0,89176 \cdot 10^{-2}$ (11,331)
4	0,69759 (455,37)	$-0,76092 \cdot 10^{-2}$ (7,8893)
5	0,65947 (280,82)	$-0,59538 \cdot 10^{-2}$ (4,9918)
6	0,61432 (134,51)	$-0,39512 \cdot 10^{-2}$ (2,9774)
7	0,56214 (89,959)	$-0,16017 \cdot 10^{-2}$ (1,2019)*
8	0,50293 (68,876)	$0,10950 \cdot 10^{-2}$ (0,90592)*
9	0,43668 (56,631)	$0,41387 \cdot 10^{-2}$ (4,1893)
10	0,36341 (48,639)	$0,75294 \cdot 10^{-2}$ (9,3755)
11	0,28310 (43,016)	$0,11267 \cdot 10^{-2}$ (11,519)
12	0,19577 (38,845)	$0,15352 \cdot 10^{-2}$ (9,5854)
13	0,10140 (35,628)	$0,19784 \cdot 10^{-1}$ (7,8893)

* Bei 5%iger Irrtumswahrscheinlichkeit nicht
 signifikant von Null verschieden.

Die Werte der langfristigen Reaktionskoeffizienten der Schätzgleichungen, also die langfristige Konsumquote c in der Konsumfunktion und der (optimale) Kapitalkoeffizient k der Investitions- bzw. Kapitalstockfunktion sind auch als ökonomisch durchaus plausible Parameterschätzwerte anzusehen.

Bedenkt man, daß in der Konsumfunktion die Abhängigkeit des privaten Verbrauchs vom Bruttosozialprodukt überprüft wurde, so ist der Wert von ca. 0,6 ökonomisch durchaus zu vertreten.

Der vom Statistischen Bundesamt¹⁾ ausgewiesene Wert des Kapitalkoeffizienten liegt zwischen 3,5 und 4 für den Untersuchungszeitraum, der Kapitalkoeffizient als Verhältnis einer Bestands- zu einer Stromgröße verhält sich ja invers zu der zugrundeliegenden Grundzeitperiode, so daß Werte von ca. 7,5 bei den Halbjahresdaten und von ca. 13,5 bei den Vierteljahresdaten auch als plausible Schätzungen zu sehen sind.

Bei allen vier Schätzungen ist wenigstens ein Reaktionskoeffizient, der den zusätzlichen Effekt der Abschwungphase beschreibt, signifikant von Null verschieden, so daß mit den verwendeten Daten die Hypothese einer Existenz unterschiedlicher Lag-Strukturen in Auf- und Abschwungsphasen nicht zurückgewiesen werden kann.

Für die beiden Schätzungen, bei denen die meisten der $\hat{\Delta}b_1$ -Koeffizienten signifikant von Null verschieden sind, nämlich die Konsumfunktion, geschätzt mit Vierteljahresdaten, und die Kapitalstockfunktion, geschätzt mit Halb-

1) Vgl. STATISTISCHES JAHRBUCH (1977), S. 513.

jahresdaten, sind die normierten Lag-Strukturen in den folgenden Abbildungen dargestellt.

Abb. 3.2: Normierte variable Lag-Struktur:
Privater Verbrauch, Vierteljahresdaten

— Lag-Struktur im Aufschwung
- - - - - Lag-Struktur im Abschwung

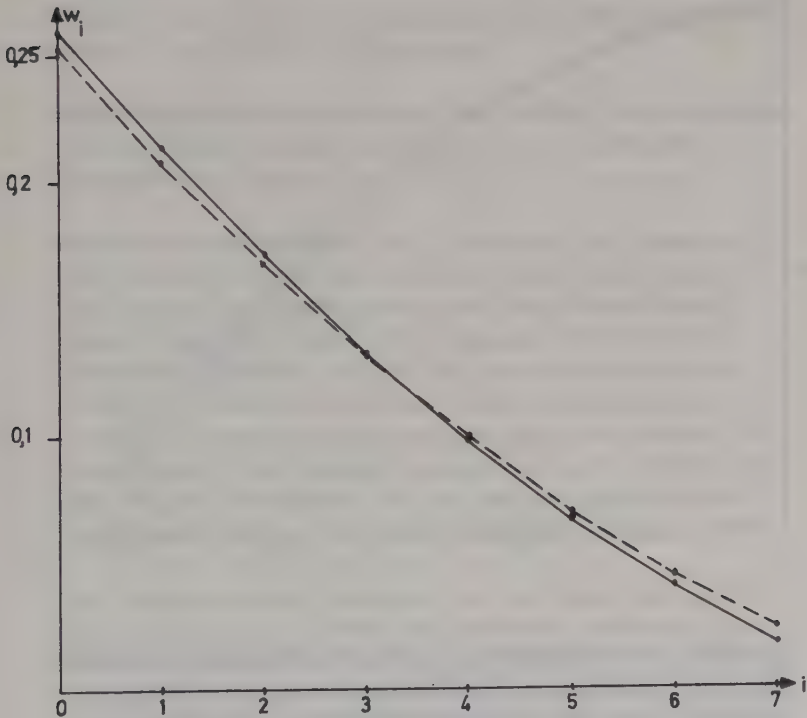
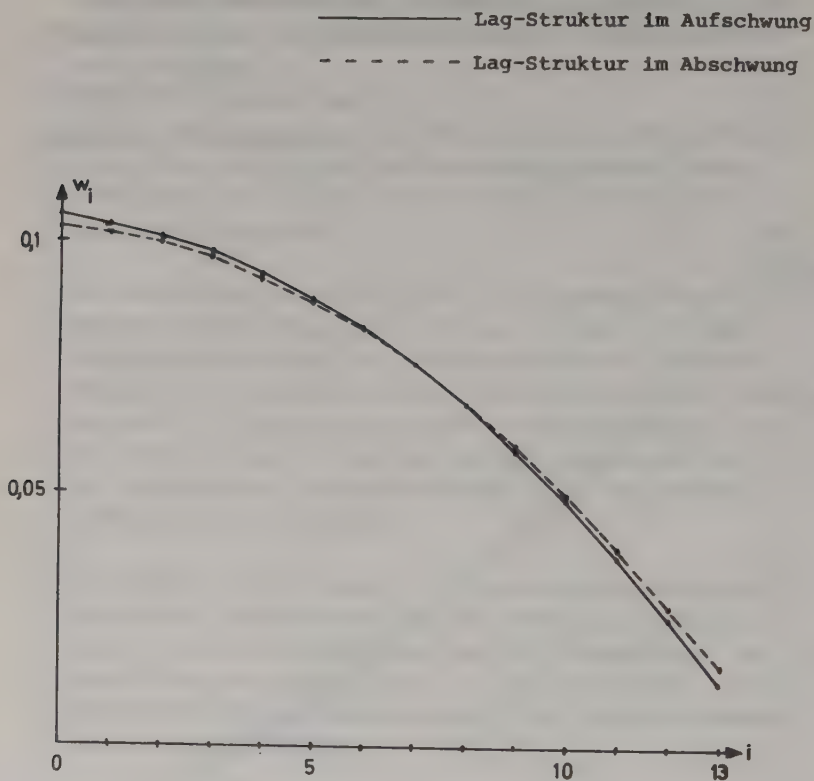


Abb. 3.3: Normierte variable Lag-Struktur:
Kapitalstock, Halbjahresdaten



In allen vier Schätzungen findet man die These bestätigt, daß die Reaktionen in Abschwungsphasen relativ langsamer erfolgen als in Aufschwungsphasen, die Daten sprechen also tatsächlich dafür, daß in Kontraktionsphasen

langfristige Investitions- bzw. Konsumpläne in ihrer Realisation hinausgezögert werden.

Die Schätzungen liefern zwar signifikant unterschiedliche Lag-Strukturen für Auf- und Abschwungsphasen, man sollte aber nicht verhehlen, daß die numerischen Werte - vor allem die der normierten Lag-Koeffizienten - nicht allzu weit auseinander liegen, um diese etwa sinnvoll in Simulationsstudien mit unterschiedlichen Lag-Strukturen einsetzen zu können: Die Ergebnisse dürften sich kaum von Simulationsergebnissen mit konstanter Lag-Struktur unterscheiden.

Ein Erklärungsgrund für die im Grunde doch recht geringe Variation der Lag-Koeffizienten mag im methodischen Ansatz selbst liegen:

Durch die Verwendung der $(0,1)$ -Variablen zur Beschreibung der konjunkturellen Situation wird ja die restriktive Annahme getroffen, daß es nur zwei unterschiedliche Strukturen gibt und der Übergang von der einen zur anderen Struktur abrupt und in einem Sprung stattfindet. In diesem Zusammenhang stellt sich natürlich gleich die Frage, ob es nicht sinnvoller erscheint, die Variation der Lag-Struktur kontinuierlich in Verbindung mit der Entwicklung der für den konjunkturellen Verlauf maßgeblichen Variablen geschehen zu lassen.

"Die ökonometrische Erfassung des letzteren Falls erfordert die Entwicklung einer Art lernender Modelle, in denen die Parameter als variabel zu betrachten sind und zu den eigentlichen Modellvariablen bzw. zumindest zu einem Teil dieser Variablen in einseitiger und wechselseitiger Beziehung stehen. Auch dieser Fragenkomplex bedarf einer gründlichen Erforschung."¹⁾

1) LÜDEKE (1974), S. 317.

Wir glauben, daß im Rahmen dieser Arbeit eine "gründliche Erforschung des Fragenkomplexes" nicht möglich sein dürfte, sind aber der Meinung, mit dem geschilderten Ansatz wenigstens eine Richtung gewiesen zu haben, in der die Forschung weiterbetrieben werden könnte.

Im nächsten Abschnitt wollen wir nun von der Annahme ausgehen, daß es tatsächlich eine variabel verteilte Lag-Struktur gibt, und untersuchen, welche Auswirkungen eine solche Struktur auf das dynamische Verhalten ökonomischer Systeme haben kann.

3.3. Untersuchungen zum Einfluß variabel verteilter Lag-Strukturen auf das dynamische Verhalten ökonomischer Systeme anhand eines einfachen makroökonomischen Modells

3.3.1. Zur Notwendigkeit von Simulationsstudien bei der Existenz variabel verteilter Lag-Strukturen

Wie im Abschnitt 2.1. gezeigt wurde, finden die Lag-Koeffizienten in ein ökonometrisches Modell Eingang über die Matrizen $\underline{A}_0$, $\underline{A}_1$ und $\underline{B}_0$ in Gleichung (2.2). Eine Verwendung variabel verteilter Lag-Strukturen führt nun zur Aufhebung der Konstanzannahme der Parametermatrizen.

Sind die Lag-Strukturen nur zeitabhängig, folgen sie also zum Beispiel einer trendmäßigen Entwicklung, aber nicht in Abhängigkeit von Modellvariablen, so ist das Modell zwar noch linear in den Variablen, aber mit zeitabhän-

gigen Koeffizienten; die strukturelle Form lautet dann:

$$(3.17) \quad \underline{A}_{0,t} \cdot \underline{Y}_t = \underline{A}_{1,t-1} \underline{Y}_{t-1} + \underline{B}_{0,t} \underline{Z}_t + \underline{e}_t \quad .$$

Sind aber die Koeffizientenmatrizen selbst (zumindest von einem Teil) von Modellvariablen abhängig, wie man das bei mit konjunkturellen Phasen variierenden Lag-Strukturen unterstellen muß, so ist auch die Linearitätsannahme des Modells nicht mehr aufrecht zu halten:

$$(3.18) \quad \underline{A}_0(\underline{Y}, \underline{Z}) \cdot \underline{Y}_t = \underline{A}_1(\underline{Y}, \underline{Z}) \cdot \underline{Y}_{t-1} + \underline{B}_0(\underline{Y}, \underline{Z}) \cdot \underline{Z}_t + \underline{e}_t \quad . \quad 1)$$

Eine Ermittlung der analytischen Lösung für den Vektor $\underline{Y}_t$ in (3.18) dürfte aber auf erhebliche, wenn nicht sogar unüberwindliche Schwierigkeiten stoßen.

In einem solchen Fall scheint uns der einzig praktikable Weg zur Untersuchung des dynamischen Verhaltens des Modells (3.18) nur über die Simulation von Ungleichgewichtspfadern mit vorgegebenen, von Modellvariablen abhängigen Koeffizientenmatrizen zu führen.

3.3.2. Simulationsergebnisse

3.3.2.1. Aufbau des Simulationsprogramms

Um bei der Entwicklung des Simulationsprogramms nicht vor unüberwindliche Probleme gestellt zu werden, muß man gewisse Restriktionen für die zu untersuchenden

1) Die genaue zeitliche Abhängigkeit der Koeffizientenmatrizen von $\underline{Y}$ und $\underline{Z}$ wurde mit Absicht nicht spezifiziert, da natürlich auch weiter zurückliegende Werte der Variablen die Koeffizienten beeinflussen können.

Modelle, vor allem für die variabel verteilten Lag-Strukturen unterstellen. Wir hoffen, mit dem folgenden Ansatz hierzu einen praktikablen Weg beschritten zu haben:

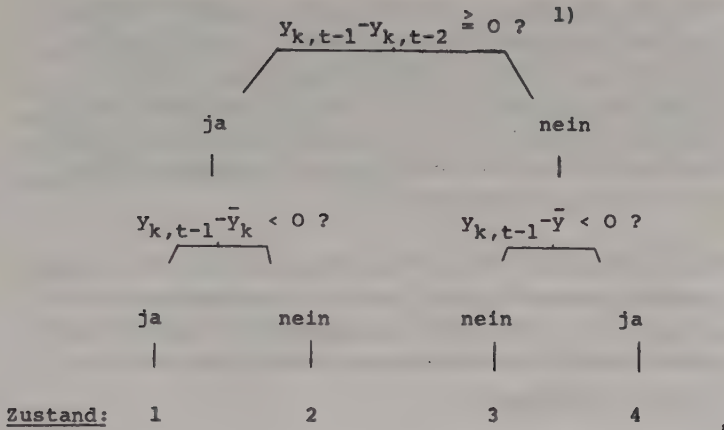
Mit dem vom Verfasser erstellten Computerprogramm "SIMULVAR" ist eine Untersuchung von Modellen, die in bis zu vier unterschiedlichen Zuständen der jeweiligen Koeffizientenmatrizen als Ausdruck unterschiedlicher Lag-Strukturen vorliegen, möglich. Die strukturelle Form des ökonomischen Modells kann also so formuliert werden:

$$(3.19) \quad \underline{A}_0(i) y_t = \underline{A}_1(i) y_{t-1} + \underline{B}_0(i) z_t, \quad i=1,2,3,4.$$

Nach Eingabe der Koeffizientenmatrizen $\underline{A}_0(i)$, $\underline{A}_1(i)$, $\underline{B}_0(i)$ werden zunächst für alle vier Zustände gemäß (2.3) die reduzierten Formen, die Eigenwerte der Matrizen $\underline{A}(i)$ und die Gleichgewichtslösungen (total multipliers) gemäß (2.6) berechnet.

Dann werden durch einen Einheitssprung einer vorzugebenen exogenen Variablen der Ausgangszustand gestört und die Pfade der endogenen Variablen y_t durch sukzessives Einsetzen der Vorperiodenwerte der endogenen Variablen und der Werte der exogenen Variablen ermittelt. Dabei ist im Programm eine bedingte Verzweigung eingebaut, die die Verwendung eines bestimmten Zustandes der Koeffizientenmatrizen nach den folgenden Entscheidungsregeln ermöglicht:

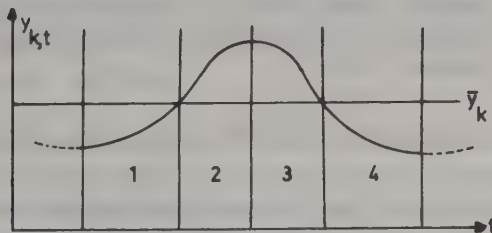
Mit einer der modellendogenen Variablen, die zu Beginn als "Konjunkturindikator" $y_{k,t}$ festgelegt wurde, also beispielsweise dem Einkommen in einem einfachen Makromodell, wird der folgende Entscheidungsbaum konstruiert:



wobei $\bar{y}_k$ die partikuläre Lösung der Konjunkturindikatorvariablen bedeutet.

Die vier zugelassenen Zustände können aus der folgenden Abbildung abgelesen werden:

Abb. 3.4:



- 1) Die Verwendung der Differenz aus der Vorperiode hat rechentechnische Gründe, denn würde man $y_{k,t}$ in irgendeiner Form bei dem Entscheidungskriterium verwenden, müßten die jeweils zutreffenden Zustände mit einem aufwendigen Iterationsverfahren bestimmt werden, da durch die Modellinterdependenzen dann eine einfache Entscheidungsfindung nicht möglich wäre.

Will man nur zwei unterschiedliche Lag-Strukturen in Auf- und Abschwungsphasen zulassen - wie wir es bei unseren empirischen Untersuchungen getan haben, so werden die Zustände 1 und 2 und die Zustände 3 und 4 jeweils identisch. Der Fall einer konstanten verteilten Lag-Struktur ist natürlich auch abgedeckt: Dann sind alle vier Zustände gleich.

Dieses Programm wurde an den Rechenanlagen des Rechenzentrums der Universität Mainz zu Simulationsstudien anhand eines einfachen makroökonomischen Modells verwendet, deren interessantesten Ergebnissen wir uns jetzt zuwenden wollen.

3.3.2.2. Zum dynamischen Verhalten eines variablen flexiblen Akzelerator-Modells

Die Auswirkungen einer variabel verteilten Lag-Struktur sollen wieder am einfachen Makromodell (2.7) betrachtet werden, wobei jetzt die Bestimmungsfunktion für den Kapitalstock als variable KSA-Hypothese spezifiziert werden soll:

$$(3.20) \quad K_t - K_{t-1} = \{1 - \lambda(i)\} (kY_{t-1} - K_{t-1}) \quad , \quad i=1,2,3,4 \quad .$$

Wir erlauben also bis zu vier verschiedene Zustände für die implizierte geometrische Lag-Verteilung.

Diese KSA-Hypothese kann als Spezialfall des im Abschnitt 3.1. geschilderten P-A-Modells angesehen werden, wenn man sich die unterschiedlichen Strukturen

als Ausfluß unterschiedlicher Anpassungskosten in Ungleichgewichtssituationen denkt und den Parameter b als Repräsentant dieser Kosten in der Kostenfunktion folgendermaßen mit einem Konjunkturindikator, in unserem Modell zweckmäßigerweise einer Größe, die aus dem Einkommen Y berechnet wird, variieren läßt:

$$b = \begin{cases} b(1) & Y_{t-1} - Y_{t-2} \geq 0 \text{ und } Y_{t-1} - \bar{Y} < 0 \\ b(2) & Y_{t-1} - Y_{t-2} \geq 0 \text{ und } Y_{t-1} - \bar{Y} \geq 0 \\ b(3) & \text{für } Y_{t-1} - Y_{t-2} < 0 \text{ und } Y_{t-1} - \bar{Y} \geq 0 \\ b(4) & Y_{t-1} - Y_{t-2} < 0 \text{ und } Y_{t-1} - \bar{Y} < 0 \end{cases}$$

mit $\bar{Y}$ = Gleichgewichtseinkommen.

Mit diesen Werten liegt auch der jeweilige Anpassungsparameter $\lambda(i)$, $i=1,2,3,4$ in (3.20) fest.

Bei der Überprüfung des dynamischen Verhalten des beschriebenen Modells ist es nun nicht notwendig, explizit auf die partikuläre Lösung einzugehen, da diese, wie bereits mehrfach erwähnt, nicht von der unterstellten Lag-Struktur, sondern nur von den langfristigen Parametern c und k abhängt.

Die Ungleichgewichtspfade hängen nur vom Aussehen der Koeffizientenmatrizen $\underline{A}(i)$ der reduzierten Formen als Differenzengleichungssysteme in Y und K ab:

$$\underline{A}(i) = \begin{bmatrix} c + \{1 - \lambda(i)\}k & -\{1 - \lambda(i)\} \\ \{1 - \lambda(i)\}k & \lambda(i) \end{bmatrix}$$

$i=1,2,3,4$.

Nehmen wir als plausible Parameterwerte $c=0,6$ und $k=3$ an und untersuchen, wie sich die in den empirischen Untersuchungen bestätigte These auswirkt, daß die durchschnittliche Anpassungsdauer in Abschwungsphasen größer als in Aufschwungsphasen ist.

Dazu setzen wir zunächst die variable Lag-Struktur aus zwei verschiedenen Zuständen zusammen:

- (1) Aufschwung $E=5: \lambda(1)=\lambda(2)=5/6$
 Abschwung $E=7: \lambda(3)=\lambda(4)=7/8$

und vergleichen die Entwicklung mit dem Fall:

- (2) Aufschwung $E=4: \lambda(1)=\lambda(2)=4/5$
 Abschwung $E=8: \lambda(3)=\lambda(4)=8/9$

und dem Referenzfall der konstanten Lag-Struktur:

- (3) $E=6: \lambda(1)=\lambda(2)=\lambda(3)=\lambda(4)=6/7$

Eine konstante Lag-Struktur mit den jeweiligen Durchschnittslags würde folgende Beträge der dominierenden Wurzeln implizieren:

Tab. 3.5:

E	4	5	6	7	8
Beträge der dom. Wurzeln	1,0392	1,0000	0,9710	0,9487	0,9309

Bei einer Kombination unterschiedlicher Lag-Strukturen, die wie im Fall (2) im Abschwung eine stabile, im Aufschwung aber eine instabile Entwicklung beinhalten, kann a priori aufgrund der Kenntnisse der dominierenden Wurzeln noch nichts über den gesamten Anpassungsverlauf

gesagt werden, darüber gibt erst der explizite Verlauf der Variablen nach einer exogenen Störung Auskunft.

In Abbildung 3.5 sind die Pfade für das Volkseinkommen und darüber die der Investitionsentwicklung nach Störung durch einen Einheitssprung der exogenen Größe A dargestellt. Für das Einkommen ist auch noch der Referenzlauf mit konstantem Durchschnittslag abgebildet.

Bevor wir zur Interpretation der Entwicklungen kommen, sollen noch die Ergebnisse von zwei Simulationsläufen geschildert werden, in denen vier unterschiedliche geometrische Lag-Strukturen verwendet wurden:

Für den Lauf (4):

	E in Phase 1: 6	: $\lambda(1)=6/7$
	E in Phase 2: 5	: $\lambda(2)=5/6$
(4)	E in Phase 3: 6	: $\lambda(3)=6/7$
	E in Phase 4: 7	: $\lambda(4)=7/8$

und im Lauf (5):

	E in Phase 1: 6	: $\lambda(1)=6/7$
	E in Phase 2: 3	: $\lambda(2)=3/4$
(5)	E in Phase 3: 6	: $\lambda(3)=6/7$
	E in Phase 4: 9	: $\lambda(4)=9/10$

Als Beträge für die dominierenden Wurzeln erhält man:

Phase	Lauf (4)	Lauf (5)
1	0,9710	0,9710
2	1,0000	1,0954
3	0,9710	0,9710
4	0,9487	0,9165

Tab. 3.6

Abb. 3.5

- (1) $E(1,2)=5$; $E(3,4)=7$
- (2) $E(1,2)=4$; $E(3,4)=8$
- (3) $E(1,2,3,4)=6$

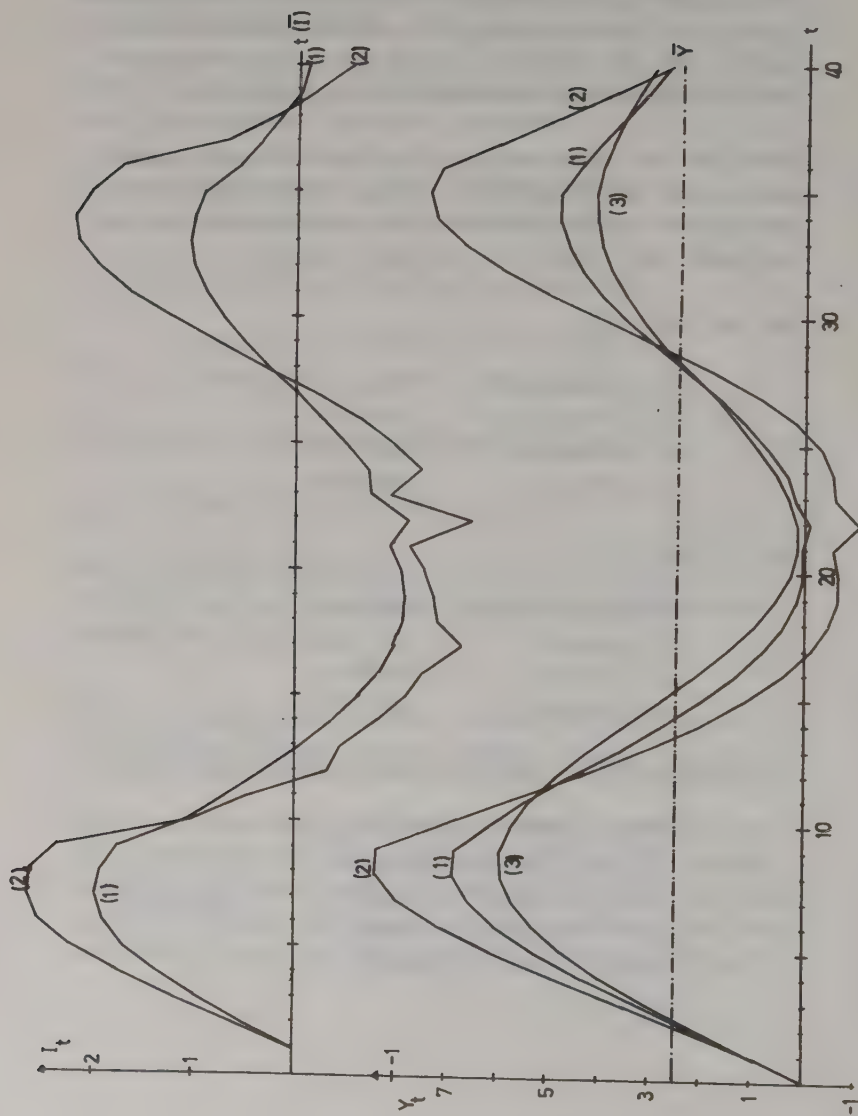
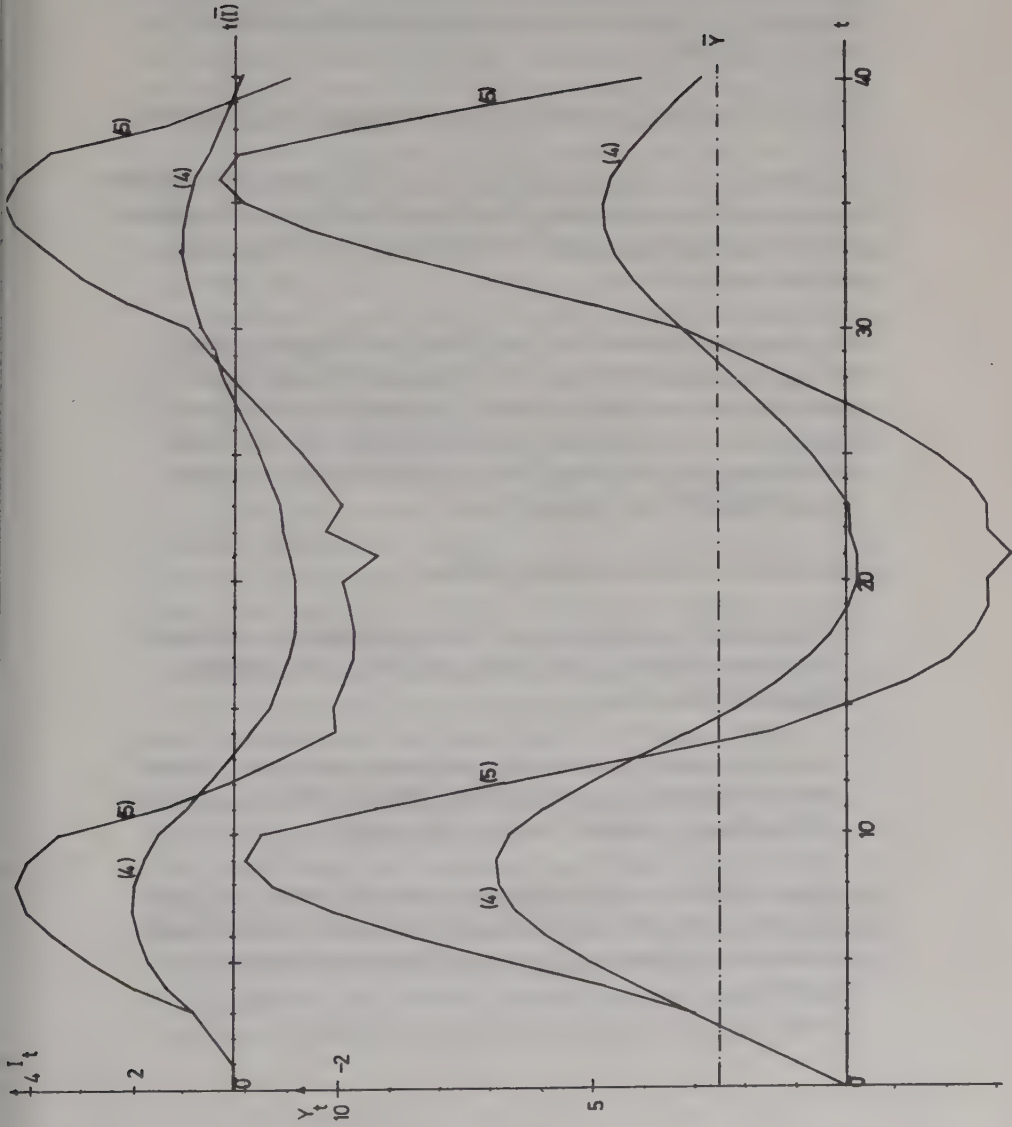


Abb. 3.6



(4) $E(1)=6, E(2)=5$

$E(3)=6, E(4)=7$

(5) $E(1)=6, E(2)=3$

$E(3)=6, E(4)=9$

Während man im Fall (4) a priori wohl eine insgesamt stabile Entwicklung erwarten kann, läßt sich dies im Fall (5) wegen des destabilisierenden Elements in Phase 2 nicht von vornherein aufgrund der Kenntnisse der dominierenden Wurzeln entscheiden.

Die Fälle (4) und (5) sind in der Abbildung 3.6 dargestellt.

Die Läufe (1) bis (4) beinhalten eine insgesamt stabile Entwicklung, während im Lauf (5) das destabilisierende Element in der Phase 2 dem gesamten Verlauf eine instabile Entwicklung verleiht.

Bei allen vier Läufen mit variabler Lag-Struktur zeigt sich, daß die Symmetrie einer Sinuskurve bei konstanter symmetrischer Lag-Struktur einer asymmetrischen Entwicklung gewichen ist, die um so ausgeprägter ist, je unterschiedlicher die unterstellten Strukturen in den einzelnen konjunkturellen Phasen sind.

Interessant sind dabei zwei Aspekte:

1. Die Entwicklungspfade nach Überschreiten des Maximums verlaufen steiler nach unten als bei einer symmetrischen Entwicklung.
2. Die Pfade bewegen sich zwar schneller auf den unteren Wendepunkt der konjunkturellen Entwicklung zu, brauchen aber länger, um das Tief zu überwinden.

Um diese Aspekte auch ökonomisch interpretieren zu können, wollen wir kurz dem Entwicklungspfad des Volkseinkommens und den Investitionen in einem Zyklus anhand des Falls (2) folgen:

Die exogene Störung (Einheitssprung von A) führt in der ersten Periode nur zu einer Erhöhung des Einkommens um eine Einheit, da Konsum und Investitionen erst mit einperiodiger Verzögerung auf das Einkommen reagieren. In der nächsten Periode erhöhen sich aber die Konsumgüternachfrage und der Kapitalstock (positive Investitionen), da nun der optimale über dem tatsächlichen Kapitalbestand liegt. Diese Entwicklung setzt sich bis zum ersten Maximum des Zyklus fort. In dieser Zeit wird durch die in jeder Periode zusätzlich geschaffene Nachfrage (Einkommenseffekt) die Diskrepanz zwischen dem optimalen und dem tatsächlichen Kapitalstock immer größer, so daß in jeder Periode mehr investiert wird. Bis zur siebten Periode hat aber durch den Kapazitätseffekt der Investitionen der tatsächliche Kapitalbestand so weit zugenommen, daß ab dann die positive Diskrepanz zwischen optimalem und tatsächlichem Kapitalstock nicht mehr ansteigt, sondern zurückgeht: Es wird dann zwar immer noch investiert, aber nicht mehr soviel wie in der Vorperiode, in der achten Periode verhindert lediglich die noch ansteigende Konsumgüternachfrage, daß das Volkseinkommen auch schon zurückgeht, dies geschieht erst in der nachfolgenden Periode. Dann tritt allerdings die Abschwungsphase in Kraft: in jeder Periode wird weniger investiert und konsumiert als in der Vorperiode, die Diskrepanz zwischen optimalem und tatsächlichem Kapitalbestand wird immer kleiner, zum einen, weil die Einkommensentwicklung rückläufig ist, zum anderen, weil bei positiven Investitionen der Kapitalstock sich immer noch erhöht. Zusätzlich kommt nun noch der Effekt der variablen Lag-Struktur zum Tragen: Dadurch, daß in der Abschwungsphase der Durchschnittslag größer als in der Aufschwungsphase ist, wird die Realisation der Kapitalstockanpassung hinausgezögert, es wird in jeder Periode noch weniger investiert als es bei einem kürzeren Durchschnittslag der Fall wäre. Daher verläuft

in der Abschwungsphase die Kurve der Investitionen und die des Einkommens steiler nach unten als bei einer symmetrischen Lag-Struktur. Nach der 12. Periode ist nun der Punkt erreicht, an dem die Investitionen unter das alte Gleichgewichtsniveau fallen.

Zu diesem Zeitpunkt ist also der optimale Kapitalstock zum ersten Mal kleiner als der tatsächliche. In den darauffolgenden Perioden wird bis zur 27. Periode weniger investiert als in der alten Gleichgewichtssituation. Man darf dies aber nicht gleichsetzen mit einer Desinvestition, die ja nur bis zur Höhe etwaiger Abschreibungen möglich ist (unterlassene Reinvestition), sondern die Tatsache negativer Investitionswerte allein besagt ja noch nicht, daß die gesamten Investitionen negativ sind, sondern nur der induzierte Teil. Etwaige autonome Investitionen, die in der "catch all"-Variablen A_t Berücksichtigung finden, sind ja in dieser Betrachtung ausgeschlossen.

Bis zur 17. Periode liegen die Werte des Volkseinkommens noch über dem alten Gleichgewichtswert, erst dann liegt Y_t bis zur 26. Periode unter diesem Wert. Bis dann hat sich wieder eine Aufwärtsentwicklung (neuer Aufschwung) eingestellt. Im Vergleich zu einer symmetrischen Entwicklung verläuft aber der Start aus der Rezessionsphase nicht so glatt. Zwar ist gegen Ende der Abschwungsphase die Kapitalstockentwicklung soweit rückläufig, daß die negative Diskrepanz zwischen optimalem und tatsächlichem Kapitalstock nicht noch größer wird, die langsamere Anpassungsreaktion läßt aber die zur Ankurbelung notwendigen zusätzlichen Investitionen nur langsam in Schwung kommen und führt auch immer wieder zu kleineren Rückschlägen

(daher die Zacken in den Kurven des Investitionsverlaufs). Erst ab etwa der 25. Periode hat sich die Aufschwungsphase endgültig durchgesetzt, der schnellere Durchschnittslag im Aufschwung bewirkt eine neuerliche Zunahme der nun wieder positiven Diskrepanz zwischen optimalem und tatsächlichem Kapitalbestand, so daß sich diese Aufwärtsentwicklung bis zum nächsten konjunkturellen Hoch fortsetzt.

Legt man die Dauer der Abschwungsphase fest als die Zeit zwischen dem ersten Rückgang der Variablenwerte und dem Zeitpunkt, an dem sich der Pfad zum ersten Mal wieder nach oben bewegen will, so läßt sich allgemein formulieren, daß die Abschwungsphasen kürzer sind als die Aufschwungsphasen.

Wie bereits erwähnt, soll und kann dieses Modell natürlich nicht zur Erklärung irgendwelcher in der Realität zu beobachtenden Schwankungen der wirtschaftlichen Entwicklung herhalten, man findet aber doch erstaunliche Parallelen zur Entwicklung in der Empirie:

So zeigt eine Untersuchung von Tichy¹⁾ anhand der Wachstumsraten des Bruttonationalprodukts von acht ausgewählten Industrienationen, daß auch dort die Aufschwungsphasen länger als die Abschwungsphasen sind.

Diese Parallelen dürfen aber auf keinen Fall überbetont werden, denn im behandelten Modell liegen ja die Variablen nicht als Wachstumsraten vor. Auch ist eine Umformulierung der Variablen in Wachstumsraten nicht möglich, da dann die Beziehungen wegen der Bilanzgleichung nicht-

1) Vgl. TICHY (1973), S. 144.

linear würden und beispielsweise auch der Einfluß der Konsumquote c wegfallen würde, da die Wachstumsraten von Konsum und Vorperiodeneinkommen dann identisch wären.

Ein Weg zur "realitätsnäheren" Interpretation des Modells (2.3) bietet jedoch die Formulierung der Variablen als erste Differenzen. Daraus entstehen zwei Vorteile:

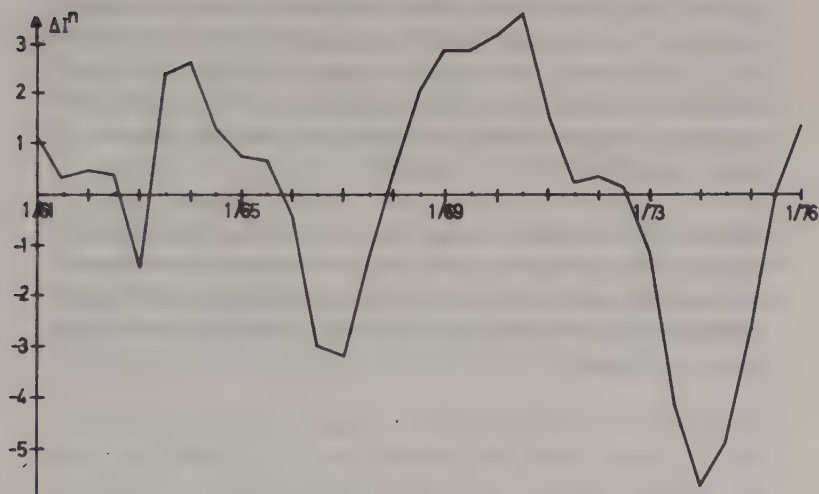
Erstens bleiben die Modellrelationen, auch die Bilanzgleichung, linear, und zweitens ist die Stationaritätsannahme des Modells dann insoweit modifiziert, daß jetzt im Gleichgewicht nur die Stationarität der ersten Differenzen verlangt wird. Damit sind also lineare trendmäßige Entwicklungen als Gleichgewichtspfade der absoluten Werte der Variablen zugelassen.

Betrachtet man die wirtschaftliche Nachkriegsentwicklung in der Bundesrepublik, so läßt der langfristige Verlauf der Wachstumsraten des Bruttosozialprodukts - die über die gesamten Wachstumszyklen zu beobachtenden durchschnittlichen Wachstumsraten gehen immer mehr zurück - nicht den Schluß zu, die Entwicklung erfolge langfristig mit einer konstanten durchschnittlichen Wachstumsrate.

Der zu beobachtende abnehmende Trend in den Wachstumsraten ist aber durchaus auch mit linearen Trendentwicklungen der absoluten Größen zu vereinbaren, so daß wir an dieser Stelle glauben, noch einige Bemerkungen zum Vergleich der Ergebnisse der Simulationsstudien mit der realen Entwicklung ökonomischer Größen, etwa den Nettoinvestitionen, machen zu können.

Ermittelt man aus den saisonbereinigten Halbjahresdaten von 1/60 bis 2/76¹⁾ die ersten Differenzen, so stellen diese sich graphisch so dar:

Abb. 3.7:



In den drei zu beobachtenden Zyklen sind ebenfalls die Abschwungsphasen steiler, als es einem sinusförmigen Verlauf entsprechen würde, und beispielsweise in der Periode 1/1964 bis 2/1970 ist die Abschwungsphase kürzer als die darauffolgende Aufschwungsphase, Ergebnisse, die auch in unseren Simulationsläufen zu beobachten waren.

Ein Unterschied besteht allerdings darin, daß in der Re-

1) Quelle: STATISTISCHES BUNDESAMT (1977), Daten im Anhang.

alität die Tiefpunkte ausgeprägter sind und die Variable nicht so lange wie in den Simulationsstudien in der Nähe des Tiefpunktes verbleibt.

Wir wollen hier nicht nach allen Ursachen für die zu beobachtenden Entwicklungen suchen, dieses muß einer Theorie der Konjunktur- bzw. Wachstumszyklen vorbehalten bleiben. Ziel unseres Ansatzes war es vielmehr zu zeigen, in welche Richtung man die Forschung auch voranbringen kann, um asymmetrische Entwicklungen erklären zu können. Daß eine variabel verteilte Lag-Struktur für solche Entwicklungen allein nicht verantwortlich gemacht werden kann, versteht sich von selbst.

Es sollte aber anhand dieses bewußt einfach gehaltenen Beispiels klargemacht werden, daß es vielleicht lohnenswert erscheint, den Problemen im Zusammenhang mit asymmetrischen Lag-Strukturen etwas mehr Aufmerksamkeit als bisher zu widmen.

4. Zusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit bestand darin, durch Herausarbeitung und kritische Durchleuchtung der grundsätzlichen Gemeinsamkeiten und Unterschiede eine gewisse Systematik in die "bewildering variety" der Lag-Hypothesen zu bringen. Dabei wurde vor allem das Dilemma deutlich, in dem die heutige Lag-Forschung (noch) steckt:

Einerseits läßt eine empirische Lag-Forschung aufgrund der leider vorhandenen Unzulänglichkeiten im Datenmaterial im allgemeinen eine Überprüfung von Lag-Strukturen nur zu, wenn entweder vorher schon so viele Restriktionen an das Lag-Modell gestellt wurden, daß eine Überprüfung an sich gar nicht mehr notwendig wäre, oder wenn nur aufgrund statistisch-methodischer Überlegungen Formen von Lag-Verteilungen entwickelt werden, für die dann anschließend nach einer theoretischen Begründung gesucht wird.

Andererseits gibt es zwar von der ökonomisch-theoretischen Seite her Ansätze zur Bestimmung der Form einer Lag-Verteilung, die empirische Überprüfung solcher Ansätze und die genaue numerische Bestimmung der Lag-Strukturen stößt aber in solchen Fällen meist auf immense Schwierigkeiten.

Der Ausweg aus diesem Dilemma kann unseres Erachtens nur über die Verbesserung des statistischen Datenmaterials und über eine intensivere Erforschung der ökonomischen Gründe für das Vorhandensein verteilter Lags führen.

Daß genaue Kenntnisse über die Formen der Lag-Verteilungen vonnöten sind, zeigt sich im zweiten Teil der Arbeit:

Dort wurde gezeigt, wie stark das dynamische Verhalten ökonomischer Modelle von den jeweils verwendeten Lag-Strukturen abhängt. Die Güte von Prognosen, etwa über die Auswirkungen bestimmter wirtschaftspolitischer Maßnahmen, mithilfe ökonomischer Modelle hängt also auch davon ab, wie genau die in der Realität vorhandenen Lags durch das Modell beschrieben werden können.

Im letzten Abschnitt wurde ein Teilaspekt des Lag-Problems behandelt, der etwa für die Beurteilung konjunkturpolitischer Maßnahmen von Bedeutung sein kann, nämlich der Fall einer im Konjunkturablauf variierenden Lag-Struktur. Auch hier zeigte es sich, wie sehr die Ergebnisse im dynamischen Verhalten von der jeweils unterstellten Lag-Struktur abhängen.

Die Problemstellung wurde im zweiten und dritten Abschnitt anhand bewußt einfach gehaltener makroökonomischer Modelle erläutert, um die zu beschreibenden Effekte möglichst klar herausarbeiten zu können. Es ist nun doch schon etwas länger her, seit König sagen konnte: "Es ist noch nicht lange her, daß das Multiplikator-Akzelerator-Modell als die Krone der dynamischen Theorie angesehen wurde"¹⁾ und es wäre natürlich formal kein Problem, die Fragestellungen anhand etwas größerer Modelle zu untersuchen, aber erstens ist dann nicht gesichert, ob die Ergebnisse ursächlich einer bestimmten Lag-Struktur zugerechnet werden können, und zweitens besteht die Gefahr, daß die Untersuchungen dann in größere Zahlenspielerereien auszuarten drohen.

"Realistischere" Modelle, also ökonomische Modelle mit mehreren Dutzend Gleichungen, können mit unserer Frage-

1) KÖNIG (1971), S. 368.

stellung sowieso nur mit Hilfe umfangreicher Simulationsstudien konfrontiert werden.

In der vorliegenden Arbeit ging es allein darum zu zeigen, daß es notwendig ist, die Probleme im Zusammenhang mit verteilten Lags nicht aus den Augen zu verlieren.

Anhang:

Halbjahresdaten

Es bedeuten:

Y^{br}	Bruttosozialprodukt
C^{pr}	Privater Verbrauch
I^{br}	Bruttoanlageinvestitionen
D	Abschreibungen

Alle Größen in Preisen von 1970

Quelle: STATISTISCHES BUNDEFSAMT (1977)

Y_s^{br}	Y^{br} saisonbereinigt
C_s^{pr}	C^{pr} saisonbereinigt
K_s	Kapitalstock als kumulierte Nettoanlageinvestitionen ($I^{br} - D$) saisonbereinigt
ΔI_s^n	erste Differenz der Nettoanla- geinvestitionen, saisonbereinigt
Z	(0,1)-Variable für die konjunk- turellen Phasen: Aufschwung = 0 Abschwung = 1

Figene Berechnungen; Saisonbereinigung mit gleitendem Durchschnitt.

Halbjahr	y ^{br}	c ^{br}	I ^{br}	D
1960 1	200,00	106,27	50,50	16,19
2	229,50	120,10	58,65	16,92
1961 1	214,00	112,82	55,57	17,74
2	236,40	127,11	61,43	18,56
1962 1	222,26	119,58	57,41	19,44
2	247,70	133,41	64,93	20,30
1963 1	224,70	123,01	54,71	21,17
2	259,60	137,36	69,14	22,04
1964 1	243,90	129,09	63,35	22,92
2	272,50	144,25	74,45	23,84
1965 1	258,60	137,56	66,83	24,79
2	286,40	154,55	77,64	25,72
1966 1	269,40	143,61	70,02	26,67
2	289,40	157,01	76,22	27,55
1967 1	264,90	144,56	62,94	28,35
2	293,20	159,07	73,73	29,15
1968 1	278,00	149,63	63,46	29,86
2	316,40	167,76	78,34	30,66
1969 1	300,60	161,38	70,08	31,52
2	340,70	181,03	86,65	32,49
1970 1	321,70	172,78	77,08	33,60
2	357,30	194,77	96,61	34,75
1971 1	336,20	184,01	86,09	36,01
2	365,50	202,79	98,78	37,25
1972 1	347,40	192,14	89,78	38,51
2	379,90	210,10	101,52	39,76
1973 1	367,40	200,60	92,52	41,02
2	395,60	211,88	99,15	42,16
1974 1	372,70	199,71	82,97	43,22
2	393,00	214,08	80,64	44,18
1975 1	356,30	203,71	76,44	45,04
2	390,02	220,22	88,93	45,82
1976 1	377,90	211,60	80,35	46,59
2	411,50	227,76	93,44	47,24

Halbjahr	y_s^{br}	C_s^{pr}	K_s	ΔI_s^n	z
1960 1					
2	218,250	114,822	38,923		0
1961 1	223,475	118,212	78,988	1,142	0
2	227,350	121,655	119,373	0,320	0
1962 1	232,325	124,920	160,228	0,470	1
2	235,675	127,353	200,421	0,338	1
1963 1	239,175	129,197	240,124	-1,490	1
2	246,950	131,705	282,166	2,339	0
1964 1	254,975	134,948	326,808	2,600	0
2	261,875	138,788	372,730	1,280	0
1965 1	269,025	143,480	419,382	0,730	1
2	275,200	147,568	466,689	0,655	1
1966 1	278,650	149,695	513,512	-0,484	1
2	278,275	150,548	557,332	-3,003	1
1967 1	278,100	151,300	597,939	-3,213	1
2	282,325	153,083	637,276	-1,270	0
1968 1	291,400	156,523	677,140	0,527	0
2	302,850	161,633	719,020	2,016	0
1969 1	314,575	167,888	763,760	2,860	0
2	325,925	174,055	811,350	2,850	1
1970 1	335,350	180,340	862,095	3,155	1
2	343,125	186,583	916,415	3,575	1
1971 1	348,800	191,395	972,302	1,567	1
2	353,725	195,433	1028,404	0,215	1
1972 1	360,200	199,293	1084,862	0,356	0
2	368,725	203,235	1141,435	0,115	0
1973 1	377,575	205,795	1196,872	-1,136	1
2	382,825	206,018	1248,179	-4,130	1
1974 1	383,500	206,345	1293,666	-5,820	1
2	378,750	207,895	1334,183	-4,970	1
1975 1	373,950	210,430	1372,025	-2,675	1
2	378,650	213,938	1409,870	0,003	0
1976 1	389,375	217,795	1449,077	1,362	0
2					

Vierteljahresdaten

Es bedeuten:

y^{br}	Bruttosozialprodukt
C^{pr}	Privater Verbrauch
I^{br}	Bruttoanlageinvestitionen
ΔY^{br}	erste Differenz von y^{br}
Z	(0,1)-Variable für die kon- junkturrellen Phasen: Aufschwung = 0 Abschwung = 1

Alle Größen in Preisen von 1964

Quelle:

DEUTSCHE BUNDESBANK und eigene Berechnungen.

Quartal	y^{br}	C^{pr}	I^{br}	ΔY^{br}	z
1962 I	88,7	50,3	23,4		
II	90,0	51,2	23,2	1,3	1
III	90,2	51,5	23,2	0,2	1
IV	91,3	52,1	23,7	1,1	1
1963 I	87,8	52,2	20,2	-3,5	1
II	93,5	52,9	24,7	5,7	0
III	95,1	53,6	25,5	1,6	0
IV	96,2	53,9	25,6	1,1	0
1964 I	97,0	55,3	25,7	0,8	0
II	98,5	55,2	26,9	1,5	0
III	100,0	56,0	27,1	1,5	0
IV	101,8	57,0	27,7	1,8	0
1965 I	103,7	58,0	27,3	1,9	0
II	104,5	59,4	28,4	0,8	1
III	105,1	60,1	28,4	0,6	1
IV	106,1	61,0	28,3	1,0	1
1966 I	108,4	61,8	29,5	2,3	1
II	108,8	61,9	29,0	0,4	1
III	108,2	62,5	27,7	-0,6	1
IV	106,3	61,2	27,1	-1,9	1
1967 I	106,1	62,4	26,1	-0,2	1
II	106,8	61,8	25,1	0,7	0
III	107,7	62,5	25,5	0,9	0
IV	110,2	62,8	27,2	2,5	0
1968 I	112,1	63,0	26,2	1,9	0
II	113,5	64,4	27,3	1,4	0
III	116,4	65,2	28,6	2,9	0
IV	120,3	66,4	30,0	3,9	0
1969 I	120,4	67,9	29,5	0,1	0
II	123,8	69,3	31,5	3,4	0
III	127,5	70,2	32,4	3,7	0
IV	128,7	71,6	32,3	1,2	0
1970 I	128,2	72,6	31,6	-0,5	1
II	132,8	73,6	35,0	4,6	1
III	133,1	75,3	36,4	0,3	1
IV	135,4	77,0	37,1	2,3	1

Quartal		y^{br}	c^{pr}	i^{br}	Δy^{br}	z
1971	I	135,5	77,3	36,3	0,1	1
	II	135,9	78,5	36,8	0,4	1
	III	137,3	79,3	36,7	1,4	1
	IV	136,5	80,1	36,7	-0,8	1
1972	I	139,5	81,6	37,8	3,0	0
	II	139,7	81,2	37,5	0,2	0
	III	140,7	82,5	37,2	1,0	0
	IV	143,6	82,8	37,9	2,9	0
1973	I	147,8	84,7	39,4	4,2	0
	II	147,7	84,9	38,2	-0,1	1
	III	148,2	83,7	37,3	0,5	1
	IV	148,7	83,9	36,5	0,5	1
1974	I	150,4	83,9	36,4	1,7	1
	II	149,6	84,2	34,8	-0,8	1
	III	149,1	84,9	34,4	-0,5	1
	IV	146,5	84,4	33,4	-2,6	1
1975	I	142,5	85,3	32,9	-4,0	1
	II	142,7	86,2	32,8	0,2	1
	III	143,6	86,8	33,3	0,9	0
	IV	147,9	88,2	34,2	4,3	0
1976	I	150,4	88,2	34,5	2,5	0
	II	151,6	89,0	35,0	1,2	0
	III	152,0	89,4	34,6	0,4	0
	IV	154,7	90,9	35,6	2,7	0

Literaturverzeichnis

- ABELS, H. (1974)
Eine statistische Analyse der Lag-Beziehungen
zwischen konjunkturrelevanten makroökonomischen
Zeitreihen für die Bundesrepublik.
Meisenheim.
- ALMON, S. (1965)
The Distributed Lag between Capital Appropriations and Expenditures.
Econometrica 33, S. 178 - 196.
- ALT, F.L. (1942)
Distributed Lags.
Econometrica 10, S. 113 - 128.
- AMEMIYA, T./ FULLER, W.A. (1967)
A Comparative Study of Alternative Estimators
in a Distributed Lag Model.
Econometrica 35, S. 509 - 527.
- ASCHINGER, G.A. (1972)
Der Lag und seine Anwendung in ökonomischen
Systemen.
Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft
128, S. 393 - 406.
- BROWN, T.M. (1952)
Habit Persistence and Lags in Consumer Behavior.
Econometrica 20, S. 355 - 371.
- CAGAN, P. (1956)
The Monetary Dynamics of Hyperinflation.
In: FRIEDMAN, M. et al. (eds.):
Studies in the Quantity Theory of Money.
Chicago, S. 25 - 117.
- CAGAN, P./ GANDOLFI, A. (1969)
The Lag in Monetary Policy as Implied by the
Time Pattern of Monetary Effects on Interest
Rates.
American Economic Review, Papers and Proceedings 59, S. 277 - 284.
- CHETTY, V.K. (1971)
Estimation of Solow's Distributed Lag Models.
Econometrica 39, S. 99 - 117.

- DEUTSCHE BUNDESBANK (1975)
Ökonometrisches Modell der Deutschen Bundesbank, Version 05/02/75.
Frankfurt.
- DHRYMES, P.J. (1970)
Econometrics.
New York/ Evanston/ London.
- DHRYMES, P.J. (1971)
Distributed Lags. Problems of Estimation and Formulation.
San Francisco.
- DHRYMES, P.J./ KLEIN, L.R./ STEIGLITZ, K. (1970)
Estimation of Distributed Lags.
International Economic Review 11, S. 235 - 250.
- EVANS, M.K. (1969)
Macroeconomic Activity.
New York/ Evanston/ London.
- FISHER, I. (1925)
Our Unstable Dollar and the So-called Business Cycle.
Journal of the American Statistical Association 20, S. 179 - 202.
- FISHER, I. (1937)
Note on a Short-cut Method for Calculating Distributed Lags.
International Statistical Institute Bulletin 29, S. 323 - 328.
- FRAZER, R.A./ DUNCAN, W.J./ COLLAR, A.R. (1952)
Elementary Matrices.
Cambridge.
- FRIEDMAN, M. (1957)
A Theory of the Consumption Function.
Princeton.
- FRIEDMAN, M. (1958)
Supplementary Comment.
zu: KLEIN, L.R. (1958b)
- FROST, P.A. (1975)
Some Properties of the Almon Lag Technique When One Searches for the Degree of Polynomial and Lag.
Journal of the American Statistical Association 70, S. 606 - 612.

- GAAB, W. (1974)
Schätzung verteilter Lags. Eine Monte-Carlo-
Untersuchung zur Beurteilung einiger aus-
gewählter Verfahren.
Meisenheim.
- GANDOLFO, G. (1972)
Mathematical Methods and Models in Economic
Dynamics.
Amsterdam.
- GOLDBERGER, A.S. (1959)
Impact Multipliers and Dynamic Properties of
the Klein-Goldberger-Model.
Amsterdam/ London.
- GOODWIN, R.M. (1955)
A Model of Cyclical Growth.
In: LUNDBERG, E. et al. (eds.):
The Business Cycle in a Postwar World.
Proceedings of a Conference held by the Inter-
national Economic Association.
New York.
- GRILICHES, Z. (1967)
Distributed Lags: A Survey.
Econometrica 35, S. 16 - 49.
- GRILICHES, Z./ WALLACE, N. (1965)
The Determinants of Investment Revisited.
International Economic Review 6, S. 311 - 329.
- HANNAN, E.J. (1965)
The Estimation of Relationships Involving
Distributed Lags.
Econometrica 33, S. 206 - 224.
- HICKS, J.R. (1950)
A Contribution to the Theory of the Trade Cycle.
Oxford.
- JOHNSTON, J. (1972)
Econometric Methods.
Tokio.
- JORGENSEN, D.W. (1963)
Capital Theory and Investment Behavior.
American Economic Review, Papers and Pro-
ceedings 53, S. 247 - 268.

- JORGENSEN, D.W. (1966)
Rational Distributed Lag Functions.
Econometrica 34, S. 135 - 149.
- JORGENSEN, D.W./ STEPHENSON, J.A. (1967)
Investment Behavior in U.S. Manufacturing 1947 - 1960.
Econometrica 35, S. 169 - 220.
- JÜTTNER, D.J./ TUCHWELL, R.H. (1974)
Der Einfluß von Einkommens-, Zinssatz- und
Inflationserwartungen auf die Geldnachfrage
in der Bundesrepublik Deutschland.
Zeitschrift für Nationalökonomie 34, S. 199 - 213.
- KENKEL, J.L. (1974)
Dynamic Linear Economic Models.
New York/ London/ Paris.
- KLEIN, L.R. (1950)
Economic Fluctuations in the United States,
1921 - 1941.
Cowles Commission Monograph 11.
New York/ London.
- KLEIN, L.R. (1958a)
The Estimation of Distributed Lags.
Econometrica 26, S. 553 - 565.
- KLEIN, L.R. (1958b)
The Friedman-Becker-Illusion.
Journal of Political Economy 66, S. 539 - 549.
- KMENTA, J. (1971)
Elements of Econometrics.
New York.
- KOYCK, L.M. (1954)
Distributed Lags and Investment Analysis.
Amsterdam.
- KÖNIG, H. (1971)
Makroökonomische Modelle: Ansätze, Ziele,
Probleme.
Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft
und Statistik 107, S. 546 - 578.

- KÖNIG, H./ WOLTERS, J. (1970)
Über den Zusammenhang zwischen kurz- und
langfristigem Zinssatz: Bemerkungen zur
Modigliani-Sutch-Hypothese der Zinsstruktur.
Jahrbuch für Nationalökonomie und Statistik
183, S. 487 - 509.
- KRÄMER, W. (1978)
Bisher unveröffentlichte Dissertation.
- KRUPP, H.J. (1973)
Die Implikationen des dynamischen Verhaltens
ökonomischer Systeme für die Konjunktur-
theorie.
In: OTT, A.E. (1973), S. 103 - 130.
- LAVEN, G. (1977)
Stabilisierende und destabilisierende Wir-
kungen staatlichen Einnahmen- und Ausgaben-
verhaltens im Rahmen eines einfachen ökonomi-
schen Modells für die BRD.
Jahrbuch für Sozialwissenschaft 28, S.249 - 269.
- LEAMER, E. (1972)
A Class of Informative Priors and Distributed
Lag Analysis.
Econometrica 40, S.1059 - 1081.
- DE LEEUW, F. (1962)
The Demand for Capital Goods by Manufacturers.
A Study of Quarterly Time Series.
Econometrica 30, S. 407 - 423.
- LIVIATAN, N. (1963)
Consistent Estimation of Distributed Lags.
International Economic Review 4, S.44 - 52.
- LÜDEKE, D. (1974)
Strukturveränderungen des Investitionsver-
haltens im Konjunkturverlauf.
Jahrbuch für Nationalökonomie und Statistik
188, S. 289 - 319.
- MADDALA, G./ RAO, A. (1971)
Maximum Likelihood Estimation of Solow's and
Jorgenson's Distributed Lag Models.
Review of Economics and Statistics 53, S. 80 - 88.

- MODIGLIANI, F./ SUTCH, R. (1967)
Debt Management and the Term Structure of
Interest Rates: An Empirical Analysis of
Recent Experience.
Journal of Political Economy 75, S. 569 - 589.
- MORIGUCHI, C. (1970)
Aggregation over Time in Macroeconomic Re-
lations.
International Economic Review 11, S. 427 - 440.
- MUNDLAK, Y. (1961)
Aggregation over Time in Distributed Lag
Models.
International Economic Review 2, S. 154 - 163.
- MUTH, J.F. (1960)
Optimal Properties of Exponentially Weighted
Forecasts.
Journal of the American Statistical Asso-
ciation 55, S. 299 - 306.
- NELSON, C.R. (1975)
Rational Expectations and the Estimation of
Econometric Models.
International Economic Review 16, S. 555 - 561
- NERLOVE, M. (1958)
Distributed Lags and Demand Analysis for
Agricultural and other Commodities.
Agriculture Handbook 141.
- NERLOVE, M. (1972)
Lags in Economic Behavior.
Econometrica 40, S. 221 - 251.
- NERLOVE, M./ WAGE, S. (1964)
On the Optimality of Adaptive Forecasting.
Management Science 10, S. 207 - 224.
- OERTLI, P. (1972)
Kybernetische Analyse und Synthese eines
ökonometrischen Modells.
Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft
128, S. 407 - 436.
- OTT, A.E. (Hrsg.) (1973)
Wachstumszyklen. Über die neue Form der Kon-
junkturschwankungen.
Schriften des Vereins für Socialpolitik N.F. 71.
Berlin.

- RAMB, B.T. (1977)
Zeitentwicklungsanalyse.
Berlin.
- SACHVERSTÄNDIGENRAT (1977)
Mehr Wachstum - mehr Beschäftigung.
Jahresgutachten 1977/1978.
Stuttgart/ Mainz.
- SCHIPS, B. (1973)
Lag-Hypothesen in makroökonomischen Kon-
junkturmodellen.
In: OTT, A.E. (1973), S. 79 - 101.
- SCHMIDT, P. (1974)
An Argument for the Usefulness of the
Gamma Distributed Lag Model.
International Economic Review 15, S. 246 - 250.
- SCHMIDT, P./ WAUD, R.N. (1973)
The Almon Lag Technique and the Monetary versus
Fiscal Policy Debate.
Journal of the American Statistical Asso-
ciation 68, S. 11 - 19.
- SHAPIRO, A.A. (1973)
Inflations, Lags, and the Demand for Money.
International Economic Review 14, S. 81 - 96.
- SCHÖNFELD, P. (1971)
Methoden der Ökonometrie. Band II.
München.
- SHILLER, R.J. (1973)
A Distributed Lag Estimator Derived from
Smoothness Priors.
Econometrica 41, S. 775 - 788
- SIMS, C. (1971)
Discrete Approximations to Continuous Time
Distributed Lags in Econometrics.
Econometrica 39, S. 545 - 563.
- SMITH, K. (1970)
A Monte Carlo Experiment with a Large Macro-
Econometric Model.
Western Economic Journal, S. 377 - 384.
- SOLOW, R. (1960)
On a Family of Lag Distributions.
Econometrica 28, S. 393 - 406.

- STEEB, K.R. (1977)
Ein Überblick über Time-Lag-Strukturen in
der Ökonomie.
Jahrbuch für Nationalökonomie und Statistik
191, S. 353 - 372.
- STEGEGER, U. (1977)
Die Investitionsfunktion in nicht-gleich-
gewichtigen Wachstumsmodellen.
Bonn - Bad Godesberg.
- STÖWE, H. (1977)
Ökonometrie. Eine einführende Darstellung.
Meisenheim.
- TANNER, J.E. (1974)
Variable Distributed Lags and Forecasting
Non-residential Construction.
Canadian Journal of Economics 7, S. 642 - 654.
- THEIL, H. (1971)
Principles of Econometrics.
Amsterdam/ London.
- THEIL, H./ BOOT, J.C.G. (1962)
The Final Form of Econometric Equation Systems.
Review of the International Statistical
Institute 30, S. 136 - 152.
- THEIL, H./ STERN, R.M. (1960)
A Simple Unimodal Lag Distribution.
Netherland School of Economics. Reprint Series 36.
- TICHY, G. (1973)
Empirische und theoretische Überlegungen zur
neuen Form der Konjunkturschwankungen.
In: OTT, A.E. (1973), S. 131 - 156.
- TINBERGEN, J. (1949)
Long-term Foreign Trade Elasticities.
Metroeconomica 1, S. 174 - 185.
- TINSLEY, P.A. (1967)
An Application of Variable Weight Distributed
Lags.
Journal of the American Statistical Asso-
ciation 62, S. 1277 - 1289.
- TRIVEDI, P.K. (1970)
A Note on the Application of Almon's Method
of Calculating Distributed Lag Coefficients.
Metroeconomica 22, S. 281 - 286.

- TSURUMI, H. (1971)
A Note on Gamma Distributed Lags.
International Economic Review 12, S. 317 - 324.
- WANBA, G. (1969)
Estimation of the Coefficients in a Multi-
dimensional Distributed Lag Model.
Econometrica 37, S. 398 - 407.
- WOLTERS, J. (1973)
Spektralanalytische Schätzung linearer dyna-
mischer Systeme.
Meisenheim.
- ZELLNER, A./ GEISEL, M. (1970)
Analysis of Distributed Lag Models with
Applications to Consumption Function Estimation.
Econometrica 38, S. 865 - 888.

Statistisches Datenmaterial aus:

- DEUTSCHE BUNDESBANK:
Statistische Beihefte zu den Monatsberichten
der Deutschen Bundesbank.
Reihe 4: Saisonbereinigte Wirtschaftszahlen
Frankfurt, verschiedene Jahrgänge.
- STATISTISCHES BUNDESAMT (1977)
Fachserie 18: Volkswirtschaftliche Gesamt-
rechnungen:
Reihe S 2: Revidierte Ergebnisse 1960 - 1976
Wiesbaden.
- STATISTISCHES JAHRBUCH (1977)
Wiesbaden.

L E B E N S L A U F

Am 2. April 1948 wurde ich als zweiter Sohn des Johann Stock und seiner Ehefrau Gisela, geb. Meier, in Bingen/Rh. geboren.

Ich besuchte ab Ostern 1954 die Grundschule in Mainz und ab Ostern 1958 das Gymnasium am Kurfürstlichen Schloß in Mainz, an dem ich im Herbst 1966 die Reifeprüfung ablegte.

Nach zweijähriger Dienstzeit bei der Bundeswehr begann ich im Sommersemester 1969 an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz das Studium der Chemie, ab Wintersemester 1969/70 wechselte ich zu dem Fach Volkswirtschaftslehre an derselben Universität. Im November 1974 legte ich in Mainz die Diplom-Prüfung für Volkswirte ab.

Seit Dezember 1974 bin ich am Fachbereich Rechts- und Wirtschaftswissenschaften der Johannes Gutenberg-Universität Mainz als wissenschaftlicher Mitarbeiter tätig.

Die mündliche Doktorprüfung bestand ich am 24. November 1978.

Mainz, den 28. 11. 1978

Gesheal Stock

Offsetdruck
GmbH & Co. KG.

86 Bamberg · Höhe-Kreuz-Str. 9b

M. SCHADEL

• Tel. 0951/54414 • 58461 •